

# INFLUÊNCIA DO NÚMERO DE ÁRVORES NA DETERMINAÇÃO DE EQUAÇÃO VOLUMÉTRICA PARA *EUCALYPTUS GRANDIS*

## *Influence of number of trees on the construction of volume equation for Eucalyptus grandis*

Daniel Pereira Guimarães ; Hélio Garcia Leite

---

RESUMO: Uma equação de volume de dupla entrada, utilizando 500 árvores ajustadas pelo modelo logarítmico de Schumacher & Hall, foi determinada para uma plantação de *Eucalyptus grandis* no Vale do Rio Doce, MG. As árvores cubadas rigorosamente foram sorteadas aleatoriamente de modo a compor grupos de equações ajustadas a partir de 50, 100, 150, 200 e 250 árvores. As equações resultantes foram comparadas estatisticamente com o modelo original através do teste de Wald para a identidade de modelos. Concluiu-se que a utilização de equações baseadas em 150 árvores resultaria em estimativas similares às obtidas pela equação original.

PALAVRAS-CHAVE: Eucalipto, dendrometria, tamanho de amostra, equações volumétricas.

ABSTRACT: A volume equation based on 500 sample-trees were determined for a *Eucalyptus grandis* plantation at Vale do Rio Doce, Minas Gerais, Brazil, utilizing the Schumacher & Hall model. Data were randomized on groups, each one composed of 50 sample-trees which served as basis for simulating volume equations with respectively 50, 100, 150, 200 and 250 trees. The resulting equations were compared with the equation obtained from the whole data through the Wald test for models identity. The test indicated that the equations based on 150 trees present results statistically similar to those from original model.

KEYWORDS: *Eucalyptus grandis*, Dendrometry, Sampling, Volume equation.

---

## INTRODUÇÃO

O emprego de equações volumétricas constitui o procedimento mais eficiente para a quantificação da produção em volume de um povoamento florestal. Neste caso, algumas

árvores são abatidas e cubadas rigorosamente para a determinação dos volumes individuais, os quais, através de equações de regressão, são estimados em função de variáveis de obtenção



mais fácil como o diâmetro ao nível do peito (DAP) e a altura da árvore. Associando-se a equação volumétrica aos dados de campo obtidos do inventário florestal, torna-se possível estimar o volume de todo o povoamento sob investigação.

Dentre os vários modelos existentes para expressar o volume de madeira em função do diâmetro e altura, o modelo logarítmico de Schumacher & Hall (1933) tem sido normalmente apontado como o mais eficiente para expressar esta relação funcional.

Grande atenção tem sido dada à avaliação dos limites de aplicação das equações de volume, os quais estão associados à variações decorrentes de alterações na forma dos troncos. Dentre as diferentes técnicas estatísticas aplicadas para a comparação de equações volumétricas, destacam-se a utilização de variáveis “dummy” (Siqueira, 1977; McTague et al., 1989); análise de covariância (Paula Neto et al., 1992), Teste de paralelismo e coincidência (Silva & Schneider, 1979) e o teste de identidade de modelos e a análise de agrupamentos (Leite & Regazzi, 1992).

Por outro lado, nenhuma atenção tem sido dada à estimativa do número mínimo de árvores a ser empregado na determinação das equações de volume. A falta de estudos neste sentido tem conduzido à utilização de um número muito variável de árvores para este propósito. Higushi et al. (1979) utilizaram 41 árvores para a determinação de uma equação de volume para *Eucalyptus grandis* em Várzea Grande, MT. Paula Neto et al. (1983) utilizaram entre 48 e 63 árvores para este propósito em José de Melo, MG. Torquato (1978) empregou 1000 árvores de três espécies de eucalipto para a formulação de uma equação de volume no Vale do Rio Doce, MG; enquanto Bredenkamp (1982) utilizou de 1700 árvores de *Eucalyptus grandis* em Zululand, África do Sul.

Couto & Bastos (1987) demonstraram que as equações de volume tendem a ter suas aplicações restritas a uma determinada área,

idade, espaçamento, rotação ou espécie. Evidencia-se assim que a utilização de um grande número de árvores para a determinação de uma equação de volume pode ser uma prática inviável, principalmente ao se considerar que sua utilização se restringe a uma condição específica do povoamento. Por outro lado, um reduzido número de árvores pode resultar na determinação de um modelo impreciso em suas estimativas. Daí a necessidade de estudos que permitam inferir a respeito do número de árvores a serem empregadas para a determinação de equações volumétricas.

## METODOLOGIA

Os dados utilizados são provenientes da cubagem rigorosa de 500 árvores de *Eucalyptus grandis* obtidos de plantações localizadas no Vale do Rio Doce, MG. Estes foram agrupados em classes de diâmetro de 5 cm e sorteados aleatoriamente em cada classe de modo a perfazer 10 conjuntos de 50 árvores cada. Sendo tecnicamente recomendada a coleta de árvores-amostra representativas do povoamento, procedeu-se o sorteio dos subconjuntos proporcionalmente às classes de diâmetro ocorrentes. Pela combinação aleatória destes conjuntos, simulou-se a determinação de equações de volume, empregando respectivamente 50, 100, 150, 200 e 250 árvores-amostra; as quais foram estatisticamente comparadas com a obtida pela utilização de todo conjunto amostral.

As equações foram determinadas pelo ajustamento do modelo logarítmico de Shumacher & Hall:

$$\ln V = \beta_0 + \beta_1 \ln D + \beta_2 \ln H + \varepsilon,$$

onde:

V = volume total da árvore (m<sup>3</sup>)

D = diâmetro à altura do peito (cm)

H = altura total (m)



Ln = logaritmo neperiano

$\varepsilon$  = erro aleatório

Efetou-se a avaliação do número de árvores necessárias para a determinação da equação volumétrica testando as hipóteses:

$$H_{0i}: \beta_c = \beta_{ri} \quad \text{versus} \quad H_{ai}: \text{não } H_{0i}$$

onde:

$\beta_c$  = vetor de parâmetros do modelo completo (ajustado ao conjunto de 500 árvores).

$\beta_{ri}$  = vetor de parâmetros do modelo reduzido (ajustado aos  $i$  sub-conjuntos formados respectivamente por 50, 100, 150, 200 e 250 árvores).

Para testar as hipóteses  $H_{0i}$ , utilizou-se o teste de Wald, cuja estatística, conforme Graybill (1976), é dada por:

$$W = \frac{(C'\hat{\beta} - \theta)' [C'(X'X)^{-1}C]^{-1} (C'\hat{\beta} - \theta)}{m\hat{\sigma}^2}$$

onde:

$$C' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_{0c} \\ \beta_{1c} \\ \beta_{2c} \end{bmatrix} \quad \text{Parâmetros estimados do modelo completo}$$

$$\theta \sim \hat{\beta}_r = \begin{bmatrix} \beta_{0r} \\ \beta_{1r} \\ \beta_{2r} \end{bmatrix} \quad \text{Parâmetros estimados do modelo reduzido.}$$

$$X'X = \begin{bmatrix} n & \Sigma D & \Sigma H \\ \Sigma D & \Sigma D^2 & \Sigma DH \\ \Sigma H & \Sigma DH & \Sigma H^2 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Valores de D e} \\ \text{H expressos} \\ \text{em logaritmo} \\ \text{neperiano.} \end{array}$$

$m$  = posto de  $[C'] = 3$

$n$  = número de árvores do modelo completo.

$\hat{\sigma}^2$  = quadrado médio do resíduo do modelo completo.

Sob a hipótese de nulidade, a estatística  $W$  tem distribuição  $F$  central com  $m$  e  $n$  (posto de  $X$ ) graus de liberdade.

Os resultados do teste foram comparados com o valor tabelado de  $F$ , adotando-se o nível de 1% de significância.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

O ajuste do modelo logarítmico de Shumacher & Hall através do método dos mínimos quadrados apresentou, para o modelo completo, os seguintes resultados:

$$\text{Ln}\hat{V} = -9,71194 + 1,82260 \cdot \text{Ln}D + 0,98181 \cdot \text{Ln}H \quad (1)$$

$$R^2 = 0,9895 \quad \text{QMR} = \hat{\sigma}^2 = 0,005612$$

$$X'X = \begin{bmatrix} 500 & 1390.799 & 1484.979 \\ 1390.799 & 3907.015 & 4159.830 \\ 1484.979 & 4159.830 & 4443.324 \end{bmatrix}$$

A distribuição dos erros percentuais entre os volumes observados e estimados pela equação de regressão é apresentada na figura 1. A distribuição dos erros apresenta-se homogênea e não tendenciosa, indicando um bom ajustamento do modelo. Possíveis discrepâncias logarítmicas, originárias do emprego do modelo logaritimizado, não foram consideradas neste estudo, decisão esta tomada com base nos resultados obtidos por Leite & Regazzi (1992).

Os resultados referentes à aplicação do teste de identidade dos modelos são apresentados na tabela 1. Verifica-se uma nítida tendência



de decréscimo nos valores calculados de  $F$  à medida em que aumenta o número de árvores empregadas para ajuste dos modelos. A utilização de 50 ou 100 árvores conduziu à determinação de equações que diferiram

estatisticamente da equação resultante do emprego de 500 árvores. Nenhuma equação ajustada a partir do emprego de 150, 200 ou 250 árvores diferiu estatisticamente do modelo completo.

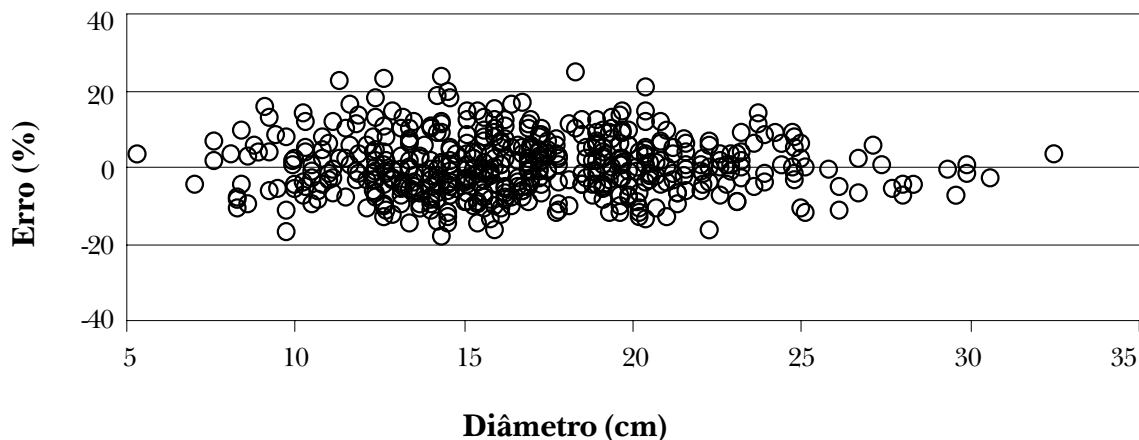


Figura 1:

Dispersão dos erros percentuais entre os volumes observados e estimados pela equação 1.

*Percentual error by tree diameter. Errors were computed as differences between observed volumes and equation 1 volume estimates.*

## CONCLUSÕES

Equações de volume de dupla entrada, baseadas em um número reduzido de árvores (inferior a 100 árvores-amostra), apresentam altas probabilidades de fornecer estimativas volumétricas tendenciosas.

A utilização de um número excessivo de árvores é desaconselhada em função do aumen-

to nos custos e tempo para realização de trabalhos desta natureza.

No presente estudo, equações de volume ajustadas a partir de 150 árvores forneceram estimativas volumétricas similares às obtidas pelo emprego da equação resultante da cubagem de 500 árvores.



Tabela 1:

Identidade das equações volumétricas em função do número de árvores empregadas para ajustamento do modelo de Shumacher & Hall.

*Parameter estimates and Wald Statistics for Shumacher & Hall model under different sample sizes (ten repetition for each sample size). Columns are: Sample size (number of trees), repetition, parameter estimates and Wald Statistics (W).*

Nº Árvores	Subconjuntos Aleatórios	Estimativas dos Parâmetros			W
		$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	
50	1	-9.58428	1.82489	0.93602	3.87**
	2	-9.67831	1.82648	0.96954	2.05ns
	3	-9.67837	1.86790	0.95886	2.16ns
	4	-9.63067	1.79496	0.98128	2.02ns
	5	-9.52204	1.82053	0.92376	11.12**
	6	-9.69055	1.82605	0.93875	1.60ns
	7	-9.95610	1.72846	1.15063	21.53**
	8	-9.71457	1.83927	0.97032	2.97ns
	9	-9.70793	1.88640	0.91692	6.92**
	10	-9.86471	1.77935	1.06690	17.99**
100	1	-9.63058	1.82725	0.95108	1.68ns
	2	-9.70833	1.83133	0.97310	0.18ns
	3	-9.60447	1.84127	0.93069	4.31**
	4	-9.81798	1.78178	1.05678	4.47**
	5	-9.78486	1.81782	1.00510	9.36**
	6	-9.64714	1.85395	0.92833	3.41ns
	7	-9.74697	1.77721	1.03776	2.72ns
	8	-9.65510	1.81046	0.97587	1.53ns
	9	-9.70536	1.85298	0.95327	1.88ns
	10	-9.80217	1.82010	1.01141	4.03**
150	1	-9.68609	1.84021	0.95744	0.56ns
	2	-9.61857	1.82236	0.95257	2.72ns
	3	-9.78347	1.82112	1.00655	1.22ns
	4	-9.66819	1.82643	0.96500	0.96ns
	5	-9.72763	1.81464	0.99420	0.13ns
	6	-9.65079	1.80688	0.97487	1.34ns
	7	-9.75181	1.80974	1.00854	1.00ns
	8	-9.69953	1.80215	0.99695	0.33ns
	9	-9.68336	1.82855	0.96831	0.91ns
	10	-9.77723	1.80713	1.01857	1.24ns
200	1	-9.67357	1.82895	0.96381	0.53ns
	2	-9.72272	1.81174	0.99745	1.04ns
	3	-9.66397	1.83305	0.95743	1.17ns
	4	-9.70288	1.80363	0.99781	0.70ns
	5	-9.68170	1.82830	0.96823	1.15ns
	6	-9.73753	1.82972	0.98366	0.17ns
	7	-9.70199	1.82737	0.97176	1.39ns
	8	-9.76089	1.81251	1.00875	0.98ns
	9	-9.61945	1.83241	0.94323	2.62ns
	10	-9.72327	1.81136	0.99566	0.19ns
250	1	-9.64639	1.82547	0.95853	1.42ns
	2	-9.78406	1.81366	1.01276	1.86ns
	3	-9.70946	1.83029	0.97361	0.05ns
	4	-9.71437	1.81463	0.99026	0.06ns
	5	-9.71751	1.83541	0.96999	0.88ns
	6	-9.70470	1.80862	0.99414	0.88ns
	7	-9.70604	1.82846	0.97320	0.38ns
	8	-9.71795	1.81686	0.99035	0.39ns
	9	-9.76005	1.81257	1.00555	1.41ns
	10	-9.66616	1.83211	0.95926	1.28ns

\*\* Estatisticamente diferente do modelo completo de acordo com o teste de Wald adotando-se um nível de significância  $\alpha = 0.01$ .



## AUTORES E AGRADECIMENTOS

DANIEL PEREIRA GUIMARÃES é Engenheiro Florestal, M. Sc., Ph. D. em Manejo Florestal. Pesquisador do CPAC/EMBRAPA. Endereço: Centro de Pesquisa Agropecuária dos Cerrados, Km 18 rod. BR 020 - Brasília/Fortaleza. Cx. Postal 08223. 73301-970 - Planaltina, DF;

HÉLIO GARCIA LEITE é Engenheiro Florestal, Ms. C., Ph. D. em Manejo Florestal, Professor do Departamento de Engenharia Florestal/UFV. Endereço: Departamento de Engenharia Florestal, Universidade Federal de Viçosa - UFV, 36571-000 VIÇOSA, MG

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BREDEKAMP, B. V. Volume regression equations for *Eucalyptus grandis* on the Coastal Plain of Zululand. *South African Forestry Journal*, n. 122, p. 66-69, 1982.
- COUTO, H. T. Z.; BASTOS, N. L. M. Modelos de equações de volume e relações hipsométricas para plantações de *Eucalyptus* no Estado de São Paulo. *IPEF*, n. 37, p. 33-44, 1987.
- GRAYBILL, F. A. *Theory and application of the linear model*. Massachusetts: Oxburg Press, 1976. 704 p.
- HIGUSHI, N.; GOMES, B.; SANTOS, J.; CONSTANTINO, N. A. Tabela de volume para povoamento de *Eucalyptus grandis* plantado no município de Várzea Grande, (MT). *Floresta*, v.10, n.1, p.43-47, 1979.
- LEITE, H. G.; REGAZZI, A. J. Métodos estatísticos para avaliar a igualdade de equações volumétricas. *Revista Árvore*, v. 16, n. 1, p. 59-71, 1992.
- McTAGUE, J. P.; BATISTA, J. L. F.; STEINER, L. H. Equações de volume total, volume comercial e forma do tronco para plantações de *Eucalyptus* no Estado de São Paulo e Rio de Janeiro. *IPEF*, n. 41/42, p. 56-63, 1989.
- PAULA NETO, F.; NUNES, J. R. S.; VITAL, B. R., SOUZA, A. L. Equações de volume de casca de *Eucalyptus* de diferentes idades e condições de local, espécie e método de regeneração. *Revista Árvore*, v. 16, n. 2, p. 157-169, 1992.
- PAULA NETO, F.; SOUZA, A.L.; QUINTAES, P. C. G.; SOARES, V. P. Análise de equações volumétricas para *Eucalyptus* spp., segundo o método de regeneração na região de José de Melo - MG. *Revista Árvore*, v. 7, n. 1, p. 56-70, 1983.
- SCHUMACHER, F. X.; HALL, F. S. Logarithmic expression of tree volume. *Jour. Agric. Res.*, v. 47, n. 9, p. 719-734, 1933.
- SILVA, J. N. M.; SCHNEIDER, P. R. Comparação de equações de volume para povoamento de *Acacia mearnsii* de Wild (Acácia negra) no Estado do Rio Grande do Sul. *Floresta*, v. 10, n. 1, p. 36-42, 1979.
- SIQUEIRA, J. D. P. Tabelas de volume para povoamentos nativos de *Araucaria angustifolia* (Bert) O. Ktze, no sul do Brasil. *Floresta*, v. 8, n. 1, p. 7-12, 1977.
- TORQUATO, M. C. Inventário Florestal na Cia Agrícola e Florestal Santa Bárbara. *Boletim Informativo. IPEF*, v. 6, n. 17, p. 55-100, 1978.