

IPEF - ESALQ  
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

SCIENTIA  
FORESTALIS

ISSN 1413-9324  
Nº 54, Dezembro, 1998

## Estimativas e testes da distribuição de frequência diâétrica para *Eucalyptus camaldulensis*, através da distribuição $S_b$ , por diferentes métodos de ajuste

*Estimate and test of diameter distribution frequency for Eucalyptus camaldulensis by using the  $S_b$  function, fitted by different methods*

José Roberto S. Scolforo  
Aguinaldo Thierschi

---

RESUMO: Este estudo teve como objetivos ajustar os parâmetros da distribuição  $S_b$  pelos métodos dos momentos e máxima verossimilhança e também testar a eficiência desta distribuição pelos dois métodos sob estudo, para estimativa do número de árvores e volumétrica em diferentes idades e condições de sítio. O estudo foi conduzido na região de João Pinheiro, MG, em propriedade da Mannesman Florestal. Foram utilizadas 52 parcelas de *Eucalyptus camaldulensis*, as quais tiveram entre 2 e 5 medições. Foi apresentada a formulação de ajuste da distribuição  $S_b$  pelo método dos momentos e máxima verossimilhança. A investigação de sua eficiência foi feita através do teste Kolmogorov-Smirnov (KS) e de um “ranking” para aquelas parcelas em que a frequência teórica foi semelhante à observada, através do teste KS. Como resultados pode-se constatar uma maior precisão na distribuição teórica obtida pelo método dos momentos. No entanto, para qualquer dos métodos de ajuste houve sempre nítida tendência de melhora no desempenho da distribuição quanto maior a idade e mais produtivo o sítio.

PALAVRAS-CHAVE: Distribuição  $S_b$ , Método dos Momentos, Método da Máxima Verossimilhança, *Eucalyptus camaldulensis*

ABSTRACT: The objectives of this study were to fit the parameters of the  $S_b$  distribution by the methods of moments and maximum likelihood, and also to test the efficiency of this distribution function for estimating the number of trees and volume distribution for different ages and site conditions. The study was carried out on the “João Pinheiro” region, MG, at the “Mannesman Florestal” farm. They were utilised 52 plots in *Eucalyptus camaldulensis* stands, which were remeasured from 2 to 5 times. It was presented the fitting formulation of the  $S_b$  distribution by the methods of moments and maximum likelihood, the investigation of its efficiency was done through the Kolmogorov-Smirnov (KS) test and though the ranking for those plots in which the theoretical and observed frequencies were similar through the KS test. As results, it was verified a greater precision in the theoretical distribution obtained by the method of moments. However for any fitting method there was always a clear tendency of performance improvement of the distribution for higher ages and site productivity.

KEYWORDS:  $S_b$  distribution, Methods of moments, Methods of maximum likelihood.

## INTRODUÇÃO

Um sistema de predição presente e futura da produção baseado em algumas das funções de distribuição é imprescindível para definir antecipadamente estratégias de manejo dos povoamentos florestais. Estes sistemas possibilitam prognosticar o crescimento e a produção florestal, inclusive dos múltiplos produtos da madeira. Pode-se então definir para cada sítio, a idade, o número e a intensidade de desbaste, a rotação econômica ótima, a densidade inicial de plantio, dentre outras possibilidades.

Uma série de distribuições como a  $S_B$ , Weibull, Beta, Gamma, Log-normal, Normal e a  $S_B$  bivariada podem ser utilizadas como base para o sistema de predição do crescimento e produção por classe diamétrica. Dependendo da distribuição um ou mais métodos de ajuste pode ser considerado, como o método da máxima verossimilhança, o método dos momentos e o método dos percentis, dentre outros.

A distribuição  $S_B$  foi primeiro descrita por Johnson (1949) e apresentada na área florestal por Hafley e Schreuder (1977). Estes autores estudaram povoamentos de *Pinus elliottii* com objetivo de analisar a flexibilidade desta e das distribuições Beta, Weibull, Log-normal, Gamma e Normal em relação ao quadrado da assimetria e da curtose. Os autores verificaram que a distribuição  $S_B$  foi mais flexível na estimativa da frequência dos diâmetros seguida pela distribuição Beta. A distribuição Normal foi, como esperado, a menos flexível.

Vários trabalhos têm sido desenvolvidos com a distribuição  $S_B$ , podendo citar Johnson (1949) que propôs a distribuição  $S_B$  com ajuste pelo método da máxima verossimilhança; Johnson e Kitchen (1971) que apresentaram a formulação de ajuste dos parâmetros assimetria e curtose pelo método dos momentos; Slifker e Shapiro (1980) que apresentaram a formulação de ajuste desta distribuição pelo método dos 4 pontos percentis. Trabalhos como os de Tham (1980) e Mage

(1980) propiciaram mais subsídios ao uso desta metodologia. Hafley e Buford (1985) também apresentaram um novo método de ajuste dos parâmetros assimetria e curtose da distribuição  $S_B$ , denominado de método modal.

Knoebel e Burkhart (1991) apresentaram método de obtenção dos parâmetros assimetria e curtose baseados nos diâmetros percentis 50 % e 95 % e na normal padronizada, além de definirem critérios para os parâmetros que expressam a locação e a escala da distribuição; e Zhou e McTague (1996) apresentaram um novo método de ajuste para os parâmetros assimetria e curtose denominado de método de regressão linear. Outros trabalhos como o de Wheeler (1980), Tham (1987), Swindel et al. (1987), Li et al. (1995) e Scolforo (1998) também abordaram com detalhes o uso desta e de outras distribuições.

No Brasil, fazendo uso do programa Maximum Likelihood Estimation (MLESD) desenvolvido por Schreuder (1978), Couto (1980) ajustou as distribuições diamétricas para *Pinus caribaea* var. *caribaea*, e verificou que a distribuição Normal e Weibull apresentaram ajuste mais eficiente para estimar a frequência dos diâmetros seguida pela distribuição Beta e  $S_B$ . Finger (1982), verificou que a distribuição  $S_B$  foi a mais eficiente para descrever a estrutura diamétrica de acácia negra, em todas idades estudadas. Glade (1986) estudando a distribuição diamétrica de um experimento de *Eucalyptus grandis* verificou que as distribuições Weibull,  $S_B$ , e Beta apresentaram-se como as mais eficientes.

Constatado o pequeno número de trabalhos com esta distribuição, principalmente no Brasil, desenvolveu-se este estudo com o objetivo de comparar e testar a eficiência da distribuição  $S_B$  pelos métodos dos momentos e máxima verossimilhança, para estimativa do número de árvores e estimativa volumétrica, em diferentes idades e condições de sítio.

## MATERIAL E MÉTODOS

### Dados Básicos

Os dados utilizados neste estudo foram provenientes de plantios comerciais de *Eucalyptus camaldulensis* Dehn da Empresa Mannesman Florestal Ltda. no Município de João Pinheiro, noroeste de Minas Gerais, nas coordenadas 17°20'S e 46°32' W a uma altitude de 500 a 550m (Oliveira et al., 1990).

Foram utilizadas 52 parcelas com um mínimo de duas e um máximo de cinco medições, provenientes de três plantios realizados em 1989, 1990 e 1991. O plantio de 1989 constou de 21 parcelas, o espaçamento foi 3 x 2 m, com área variando de 401,4 a 456,30 m<sup>2</sup>. As idades de medição foram aos 17; 29; 40; 52 e 64 meses.

O plantio de 1990 constou de 11 parcelas com espaçamento de 3 x 2 m, com área variando de 427,50 a 446,40 m<sup>2</sup>. A primeira medição foi

realizada aos 14 meses e as remediações aos 27; 40 e 53 meses de idade, respectivamente. O plantio de 1991 constou de 20 parcelas. A área destas variou de 399 a 454,38 m<sup>2</sup>. A primeira medição foi aos 20 meses e a remediação aos 32 meses de idade.

Considerou-se cada fuste medido como uma árvore, ou seja, onde houve bifurcação ou trifurcação foram consideradas duas ou três árvores, respectivamente. Considerou-se como altura dominante, a altura média das 100 árvores de maior diâmetro por hectare excluídas as bifurcações e trifurcações.

### Estimativa do volume

Para a obtenção do volume foi utilizada a equação obtida pelo método das duas toras ajustada por Franco (1996) para povoamentos comerciais de *Eucalyptus camaldulensis* Dehn situados na mesma área de estudo. A equação é:

$$V = EXP \left\{ 2,76989 + 1,267051 \cdot \ln \left[ K \cdot (DAP^2 + D_3^2) \right] + \left[ 0,40604 / \ln \left[ K \cdot (DAP^2 + D_3^2) \right] \right] \right\}$$

onde :

$$R^2 = 98,6 \%$$

$$Syx \% = \pm 8,94 \%$$

$$Syx (m^3) = 0,00719$$

em que :

V : Volume, (m<sup>3</sup>) da árvore individual

ln : logaritmo natural

DAP : diâmetro (cm), tomado a 1,30 m de altura

EXP : exponencial

$$K : (3,141592654/80000) \cdot 1,7$$

D<sub>3</sub> : diâmetro tomado a 3 m de altura. No caso estimado por:

$$\hat{D}_3 = -0,814588 + 0,925883 \cdot DAP$$

$$Syx \% = 3,75 \%$$

$$R^2 = 98,42\%$$

### Classificação de sítio

A definição do índice de sítio de cada parcela foi viabilizada a partir do ajuste do modelo de Schumacher em sua forma polimórfica, pelo

método da diferença algébrica (Scolforo et al., 1999).

A equação é:

$$S = EXP(3,40790944) \cdot [Hd/EXP(3,40790944)]^{\left(\frac{I}{I_{ref}}\right)^{0,78852584}}$$

onde:

$$R^2 = 88,6 \%$$

$$Syx\% = \pm 5,86 \%$$

$$Syx(m) = \pm 0,92307$$

em que :

S : índice de sítio (m)

I : idade em meses

Iref : idade de referência (64 meses)

Hd : altura média das árvores dominantes

R<sup>2</sup> : coeficiente de determinação

Syx% : erro padrão em percentagem

Syx (m) : erro padrão absoluto

A partir desta equação foram estabelecidas três classes de sítio com índices de sítio 16,5; 19,5; 22,5 m na idade de referência de 64 meses. Utili-

### Distribuição $S_B$

Na tentativa de encontrar uma função de distribuição para representar uma grande variedade de modelos de distribuição, Johnson (1949) propôs dentre outras, a distribuição  $S_B$ , a qual é as-

$$f(d) = \left( \frac{\delta}{\sqrt{2\pi}} \right) \frac{\lambda}{(\varepsilon + \lambda - d)(d - \varepsilon)} \text{EXP} \left[ -\frac{1}{2} \left[ \gamma + \delta \ln \left( \frac{d - \varepsilon}{\varepsilon + \lambda - d} \right) \right]^2 \right]$$

em que :

$\varepsilon$  : parâmetro de locação;

$\lambda$  : parâmetro de escala;

$\delta$  : diâmetro do centro de classe ou da iésima árvore da parcela;

$\delta$  e  $\gamma$  : parâmetros que determinam a forma da distribuição.

Quando  $\delta$  aumenta implica em grande aumento na forma. Já aumentos no valor absoluto de  $\gamma$  implica em mais assimetria, ou seja  $\delta$  é o parâmetro curtose e  $\gamma$  é o parâmetro que expressa assimetria.

As formas da distribuição  $S_B$  são ilustradas na Figura 1.

zando-se desta classificação as parcelas puderam ser agrupadas por índice de sítio conforme mostrado na Tabela 1.

Distribuições  $S_B$  com ajuste dos parâmetros pelo método dos momentos e máxima verossimilhança.

Tabela 1

Distribuição das parcelas de *E. camaldulensis* por ano de plantio e índice de sítio.

*Distribution of plots by planting year and site index.*

PLANTIO ANO	ÍNDICE DE SÍTIO			TOTAL
	16,5	19,5	22,5	
1989	4	17	-	21
1990	2	7	2	11
1991	4	16	-	20
TOTAL	10	40	2	52

sociada à distribuição Normal através de transformações logarítmicas, porém descrevendo diferentes graus de assimetria da distribuição.

A função de densidade de probabilidade é:

$$\varepsilon < \delta < \varepsilon + \lambda$$

$$-\infty < \varepsilon < \infty$$

$$\lambda \text{ e } \delta > 0$$

$$-\infty < \gamma < \infty$$

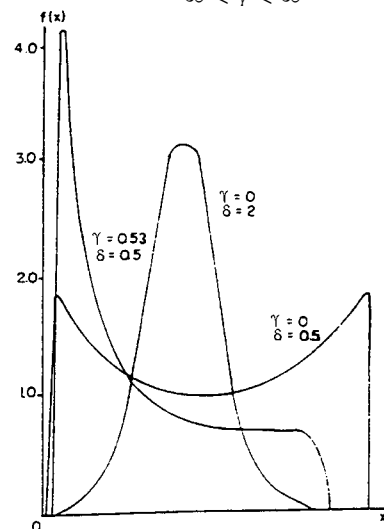


Figura 1

Formas da distribuição  $S_B$ .

*Forms of the  $S_B$  distribution function.*

*Obtenção dos parâmetros  $\gamma$  e  $\delta$  pelo método da máxima verossimilhança*

Se conhecido o parâmetro de locação ( $\epsilon$ ), que é um valor menor que o diâmetro mínimo da floresta, e o parâmetro de escala ( $\lambda$ ), que expressa a amplitude entre o menor e o maior diâmetro da floresta, então os parâmetros  $\gamma$  e  $\delta$  podem ser estimados através do método da máxima verossimilhança. Para tanto, segundo Johnson (1949), é conveniente fazer a seguinte transformação:

$$y_i = \frac{x_i - \epsilon}{\lambda}, \text{ e o valor de } 1 - y_i = \frac{\lambda + \epsilon - x_i}{\lambda}$$

Portanto, a função será:

$$f(y_i) = \frac{\delta}{\sqrt{2\pi\lambda y_i(1-y_i)}} \text{EXP} \left[ -\frac{1}{2} \left\{ \gamma + \delta \ln \left[ \frac{y_i}{1-y_i} \right] \right\}^2 \right]$$

para:

$$0 < y < 1, \lambda > 0, -\infty < \gamma < \infty, \delta > 0$$

Fazendo  $f_i = \ln(y_i / 1 - y_i)$  as estimativas serão:

$$\hat{\gamma} = \frac{-\bar{f}}{s_f} \text{ e } \hat{\delta} = \left[ n / \sum_{i=1}^n (f_i - \bar{f})^2 \right]^{1/2} = \frac{1}{s_f}$$

em que:

- $\bar{f}$  : média aritmética da variável  $f_i$  ;
- $s_f$  : desvio padrão da variável  $f_i$  ;
- $n$  : número de observações ou número de árvores na parcela.
- $f_i$  : transformação do diâmetro de cada árvore da parcela;
- $\epsilon$  : valor situado acima de zero e menor que o diâmetro mínimo da parcela;
- $\lambda$  : fixou-se o valor igual ao diâmetro máximo da parcela; e
- $x_i$  : diâmetro da árvore na parcela, ou da classe diamétrica.

Para obtenção do valor de  $\epsilon$  compreendido entre zero e o diâmetro mínimo da parcela fixou-se uma série de possíveis valores de  $\epsilon$  como :  $0,05 * d_{min}$ ;  $0,15 * d_{min}$ ;  $0,25 * d_{min}$ ;  $0,35 * d_{min}$ ;  $0,45 * d_{min}$ ;  $0,55 * d_{min}$ ;  $0,65 * d_{min}$ ;  $0,75 * d_{min}$ ;  $0,85 * d_{min}$  e  $0,95 * d_{min}$ . De forma adicional foi testado o valor de  $\epsilon$  igual a 1.

Para cada um dos 11 valores propostos de  $\epsilon$  foi ajustada a distribuição para as 52 parcelas nas 189 épocas de medição. Deste modo há um correspondente valor de  $\delta$ ,  $\gamma$  e  $\lambda$ . Utilizando-se o teste de aderência de Kolmogorov-Sminorv que compara as frequências acumulativas estimadas em relação à frequência acumulativa observada, para cada valor proposto de  $\epsilon$ , pode-se estabelecer qual o valor de  $\epsilon$  propicia um melhor ajuste.

De forma complementar utilizou-se o erro percentual do volume obtido a partir das frequências estimadas para cada valor de  $\epsilon$  proposto, em relação ao volume obtido a partir da frequência observada para comprovar o resultado obtido do teste de aderência Kolmogorov-Sminorv. Deve-se ressaltar que os ajustes podem ser influenciados pelo tamanho das parcelas, já que quanto maior a área da parcela mais próximo o valor  $\epsilon$  estará do diâmetro mínimo.

*Obtenção dos parâmetros  $\gamma$  e  $\delta$  pelo método dos momentos*

Os valores de  $\gamma$  e  $\delta$  são aproximações obtidas pela solução das expressões propostas por Johnson e Kitchen (1971), devendo ser usadas quando o desvio transformado for pequeno e o parâmetro curtose for grande. Uma síntese da formulação para obter o parâmetro curtose ( $\delta$ ) e o parâmetro assimetria ( $\gamma$ ) é apresentado a seguir:

$$\delta \cong \frac{\mu(1-\mu)}{Sd(x)} + \frac{Sd(x)}{4} \left[ \frac{1}{\mu(1-\mu)} - 8 \right]$$

$$\gamma \cong \delta \ln \left( \frac{1-\mu}{\mu} \right) + \left( \frac{0,5-\mu}{\delta} \right)$$

$$\mu = \frac{\bar{d} - \varepsilon}{\lambda}$$

em que:

$\bar{d}$  : média aritmética dos diâmetros da parcela.

$$Sd(x) = \frac{\sigma}{\lambda}$$

em que:

Sd(x) : desvio padrão modificado;

$\sigma$  : desvio padrão da parcela.

Para a obtenção do valor de  $\varepsilon$  que propicia um melhor ajuste, utilizou-se a mesma metodologia usada para o método da máxima verossimilhança.

#### *Seleção do método de ajuste de maior acuracidade*

A consistência do ajuste obtido por cada método foi através do teste Kolmogorov-Smirnov(KS) conforme sugerido por Sokal e Rohlf (1981). Este teste é adequado para a avaliação do ajuste das distribuições quando comparado com o teste G (Log.likelihood ratio) e o teste  $\chi^2$  (qui-quadrado). A vantagem do teste de Kolmogorov-Sminorv sobre o teste  $\chi^2$  é que ele pode ser aplicado, sem restrição, para pequenas amostras. Além disso, ele trata dados individualmente, não perdendo informações devido a agrupamentos, como ocorre no teste  $\chi^2$  (Campos, 1979).

O teste de Kolmogorov-Sminorv compara a frequência acumulativa estimada, obtida através da integral da função densidade de probabilidade da distribuição sob estudo, com a frequência observada. O ponto de maior divergência entre as duas distribuições é o valor K de Kolmogorov-Sminorv:

$$K = \text{MAX} [F(x) - S(x)]$$

em que :

S(x) : probabilidade da função de distribuição acumulada observada da amostra xi ( $i = 1, 2, \dots, N$ )

F(x) : probabilidade da função de distribuição de frequência acumulativa teórica.

O teste Kolmogorov-Smirnov foi utilizado para testar as seguintes hipóteses para o nível de significância  $\alpha=0,05$  do teste bilateral.

Ho = os diâmetros observados seguem as distribuições propostas neste estudo.

Ha = os diâmetros observados não seguem as distribuições propostas neste estudo.

A análise da frequência teórica por classe diamétrica em relação à frequência observada para as parcelas que apresentaram valor Kolmogorov - Smirnov não significativo, foi facilitada pela adoção de um “ranking” entre as distribuições. A amplitude destas classes foi de 3 centímetros.

O “ranking” consistiu em atribuir peso zero, ou peso um, ou peso dois, ou peso dez, a cada um dos 11 ajustes obtidos para cada parcela em cada época de medição, face as diferentes opções de valores de  $\varepsilon$  adotados. A primeira colocação recebeu o peso zero e foi aquela que apresentou o menor valor de Kolmogorov-Smirnov. O segundo menor valor recebeu peso um e assim sucessivamente até o peso dez para o maior valor de Kolmogorov-Smirnov. Após o processamento de todas as parcelas em todas as épocas de medição pode-se obter para cada método de ajuste o valor ponderado, utilizando a fórmula :

$$V_p = \sum_{i=1}^n N_{r_i} \cdot V_{c_i}$$

Em que:

$N_{r_i}$  : número de registros ou medições que obtiveram a i-ésima colocação;

$V_{c_i}$  : valor ou peso da i-ésima colocação;

$V_p$  : valor ponderado da distribuição;

n : número de ajustes.

A distribuição que melhor se ajustou ao conjunto de dados foi a que apresentou o menor valor ponderado.

Para obtenção de um índice percentual que demonstra também a eficiência da distribuição testada, utilizou-se a expressão:

$$IP_{\%} = \left( \frac{NCMI - V_p}{NCMI} \right) \times 100$$

em que:

$IP_{\%}$  : índice percentual que reflete o sucesso da distribuição;

NCMI : número de casos na i-ésima colocação (i-ésima colocação x n° de registros);

$V_p$  : valor ponderado da distribuição.

O contraste da estimativa volumétrica obtida a partir da frequência teórica em relação ao volume estimado a partir da frequência observada também foi obtido conforme descrito para o número de árvores.

*Consistência dos modelos propostos em relação às estimativas do número de árvores e volume por classes diamétricas*

Para estas estimativas consideraram-se 4 situações: na primeira situação os testes foram utilizados para os dados sem nenhuma estratificação ou restrição; na segunda situação os testes foram utilizados, para os dados estratificados por idade;

na terceira situação os testes foram utilizados para os dados estratificados por sítio; e na quarta situação os testes foram utilizados, para os dados estratificados por sítio e idade.

Espera-se que quanto mais detalhadas ou estratificadas forem as informações, melhor o desempenho do sistema proposto, uma vez que haverá maior uniformidade e como consequência uma menor variabilidade dos dados.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

*Parâmetro de locação*

A relação predominante entre o parâmetro  $\epsilon$  e o diâmetro mínimo foi de 5 % para estimar a frequência teórica (número de árvores) por classe diamétrica. Este valor foi o mesmo, seja para a distribuição  $S_B$  utilizando o método dos momentos ou o método da máxima verossimilhança. Conforme ilustrado na Tabela 2, pode-se ainda utilizar o percentual de 15 %. Deve-se salientar que se forem adotados tamanhos de parcelas maiores será esperado que também esta relação percentual entre  $\epsilon$  e o diâmetro mínimo deverá ser maior. Um outro caso que vale a pena mencionar é que estes valores devem mudar quanto mais velho for o povoamento florestal. Assim, as prognoses que vierem a ser feitas a partir destas informações devem ser restritas ao curto e médio prazo.

Tabela 2

Número de vezes em que o percentual do diâmetro mínimo foi semelhante ao parâmetro  $\epsilon$ , considerando-se a variável número de árvores.

*Number of times in which the percentage of the minimum diameter was similar to the parameter  $\epsilon$ , considering the variable number of trees.*

Método de Ajuste	Percentual do Diâmetro Mínimo									
	05	15	25	35	45	55	65	75	85	95
Momentos	44	47	29	14	11	8	8	4	2	0
Máxima Verossimilhança	64	34	14	15	13	18	2	2	2	3

A mesma relação foi encontrada para a estimativa dos volumes obtidos pelo produto, da frequência teórica e o volume estimado por classe de diâmetro, a partir da equação das duas toras. Este fato é comprovado na Tabela 3.

Quando foi analisada a frequência das distribuições diamétricas em função dos vários valores testados de  $\varepsilon$ , constatou-se que os maiores percentuais do diâmetro mínimo propiciam estimativas de distribuições diamétricas com acentuada assimetria negativa.

#### *Eficiência das distribuições para estimar a frequência teórica*

##### *Sem estratificação*

Neste caso não foi considerada qualquer abordagem em relação às diferentes idades das parcelas, assim como a produtividade dos locais onde estas estão instaladas.

Tabela 3

Número de vezes em que o percentual do diâmetro mínimo foi semelhante ao parâmetro  $\varepsilon$ , considerando-se a variável volume.

*Number of times in which the percentage of the minimum diameter was similar to the parameter  $\varepsilon$ , considering the variable volume.*

Método de	Percentual do Diâmetro Mínimo									
	05	15	25	35	45	55	65	75	85	95
Ajuste										
Momentos	87	87	79	69	58	47	8	33	22	10
Máxima Verossimilhança	83	83	74	68	57	46	39	27	19	6

Tabela 4

Número de vezes em que a frequência teórica foi semelhante a frequência observada pelo método dos momentos (SBM) e máxima verossimilhança (SBMV).

*Number of the times in which the theoretical frequency was similar to the observed one by the moment method (SBM) and by maximum likelihood (SBMV).*

AJUSTE	Posição no Ranking											POND
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
SBM	60	30	16	18	8	6	9	5	2	10	1	383
SBMV	25	28	17	9	4	8	16	22	14	7	15	720

Na Tabela 4, é apresentado um “ranking” dos métodos de ajuste, para as 165 ou 87,3 %[(165/189)\*100] épocas de medição que apresentaram valor K não significativo para  $\alpha=0,05$ . Observou-se uma grande supremacia para a distribuição  $S_B$  com ajuste pelo método dos momentos. Já o desempenho desta pelo método da máxima verossimilhança é bastante instável com 44 % de casos entre a sexta e última posição no “ranking”. O valor ponderado de 383 para a  $S_B$  momentos reflete seu melhor desempenho em relação aos 720 da  $S_B$  com ajuste pelo método da máxima verossimilhança.

Na Tabela 5, “ranking” semelhante é apresentado para a variável volume. Novamente a maior estabilidade do método dos momentos reflete o seu melhor desempenho já que seu valor ponderado é de 467 contra 684 da distribuição  $S_B$  com ajuste pelo método da máxima verossimilhança. Este fato também pode ser realçado pela Figura 2, que mostra o resíduo dos volumes obtidos a partir dos dois métodos de ajuste. Nota-se nos dois casos tendências de sub e super estimativas. Entretanto, a amplitude de variação dos resíduos da  $S_B$  momentos é nitidamente menor.

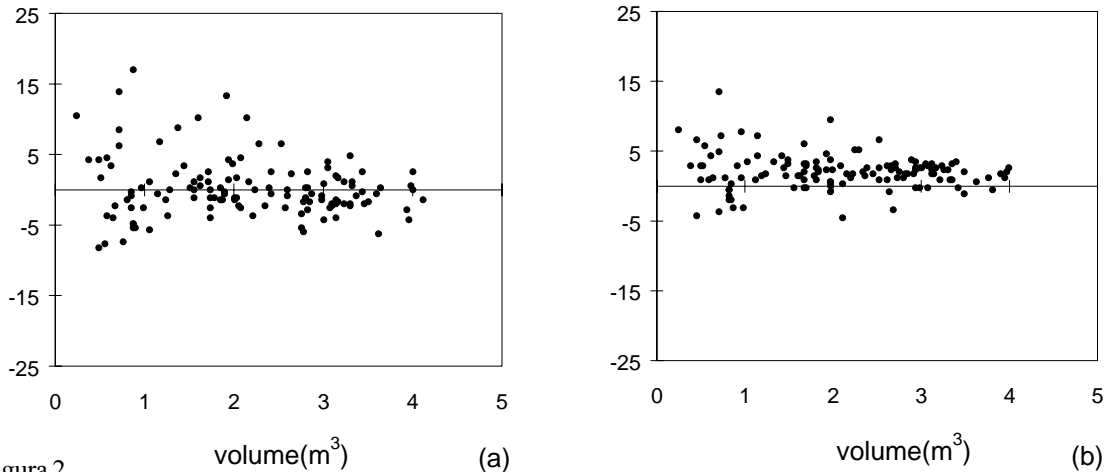


Figura 2 Resíduos dos volumes por parcelas obtidos a partir das distribuições  $S_B$  máxima verossimilhança (a) e  $S_B$  momentos (b).

*Residuals of volumes per plot obtained by the  $S_B$  distribution fitted by the methods of maximum likelihood (a) and moments (b).*

Ainda da Tabela 5 pode-se observar que da sexta até a décima posição no ranking foi verificada a mesma instabilidade já detectada para o número de árvores, com 42,4 % dos casos ali concentrados quando o ajuste é pela máxima verossimilhança contra 18,2 % da  $S_B$  momentos.

*Parcelas estratificadas pela idade*

Verifica-se na Tabela 6 que existe o efeito da idade no desempenho da distribuição, notadamente na classe de idade de 14 a 20 meses, seja para estimar número de árvores, seja para estimar volume. Nas maiores idades, com o desenvolvimento do povoamento, foi observada uma maior assimetria para a distribuição diamétrica. Este fato

coincide com o melhor desempenho da distribuição  $S_B$ , particularmente se o ajuste pelo método dos momentos foi considerado. Este comportamento pode ser comprovado também na Figura 3. Outro fato relevante foi que o desempenho desta distribuição mantém-se estável para as maiores classes de idade, com uma nítida supremacia para a  $S_B$  momentos.

*Estratificação por sítio*

Na Tabela 7, pode-se verificar que para a base de dados utilizada, a distribuição  $S_B$  foi mais acurada quanto mais produtivo é o sítio, principalmente com ajuste pelo método dos momentos.

Tabela 5

Número de vezes em que o volume proveniente da freqüência teórica foi semelhante ao volume proveniente da freqüência observada.

*Number of the times in which the volume obtained by the theoretical frequency was similar to the volume obtained by the observed frequency.*

AJUSTE	Posição no Ranking											POND
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
SBM	34	36	22	21	14	8	6	9	7	7	1	467
SBMV	53	19	7	6	2	8	13	6	15	15	21	684

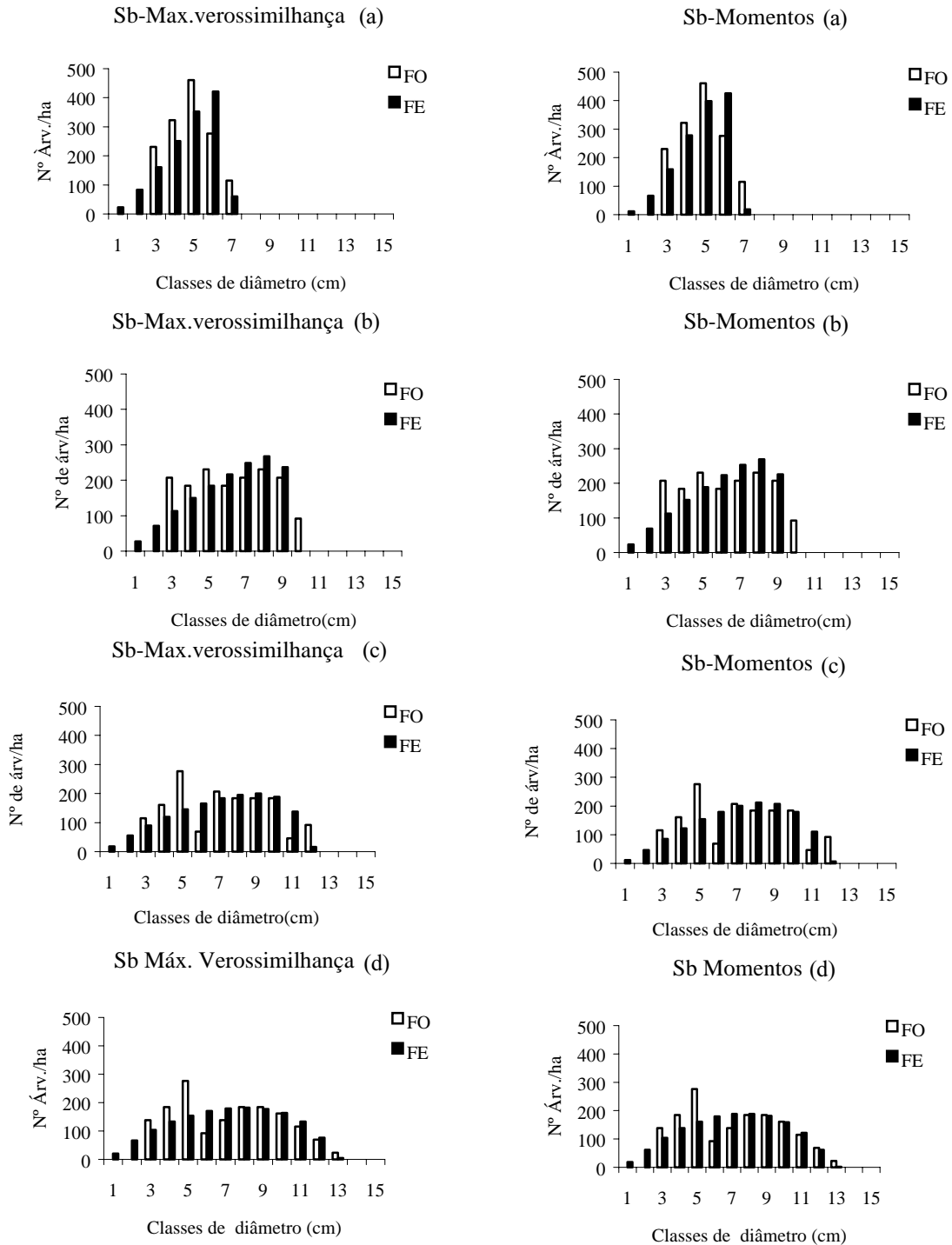


Figura 3  
 Frequência observada e estimada, para uma parcela nas idades de 14 (a), 27 (b), 40 (c) e 52 (d) meses.  
*Frequency observed and estimated for one plot at ages 14 (a), 27 (b), 40 (c) and 52 (d) months.*

Tabela 6

Índice percentual por classe de idade que demonstra a eficiência da distribuição testada, para o número de árvores e o volume.

*Index percentages by ages class which show the performance of the  $S_B$  distribution for the number of trees and the volume.*

Idade	Número de árvores		Volume	
	Momentos	Máxima Verossimilhança	Momentos	Máxima Verossimilhança
14-20	56,7	34,2	47,3	25,2
27-32	79,8	64,5	68,5	65,1
40	81,3	64,4	87,5	77,5
52-53	85,3	60,0	85,6	73,8
64	81,9	55,2	82,4	64,8

Tabela 7

Índice percentual por classes de sítio que demonstra a eficiência da distribuição testada, para o número de árvores e o volume.

*Index percentages by site index which show the performance of the  $S_B$  distribution for the number of trees and the volume.*

Sítio	Número de árvores		Volume	
	Momentos	Máxima Verossimilhança	Momentos	Máxima Verossimilhança
I	90,0	67,1	85,0	66,0
II	79,2	60,0	72,0	60,1
III	63,3	38,3	68,0	51,3

Para sítios menos produtivos, com o menor crescimento em diâmetro das árvores verificou-se que a frequência observada apresentou menos assimetria tendendo a forma da distribuição normal. Este mesmo comportamento não foi verificado para os sítios mais produtivos, os quais propiciaram uma maior assimetria na distribuição observada dos diâmetros a partir de idades bastante jovens para a espécie sob estudo.

A diferenciação no desempenho da distribuição face a diferentes idades muito provavelmente se deve à maior variabilidade detectada na distribuição de frequência, nos sítios menos produtivos.

#### *Estratificação por idade e sítio*

Na Tabela 8, pode-se verificar que a acuracidade da distribuição  $S_B$  (momentos) sofreu influência da idade e do sítio. Observou-se

que este desempenho é acentuadamente maior para as maiores idades e para os sítios mais produtivos.

A mesma tendência foi observada para a distribuição  $S_B$  com ajuste pelo método da máxima verossimilhança. No entanto, seja para o número de árvores, seja para a estimativa do volume, observou-se uma maior instabilidade em seu desempenho.

Foi ainda observado um acentuado crescimento em diâmetro nas maiores idades e sítios mais produtivos o que propiciou assimetrias mais acentuadas nestes casos. Já nos sítios menos produtivos e menores idades a dinâmica de desenvolvimento da floresta é lenta o que propicia formas para a distribuição observada similares à distribuição normal.

A diferenciação no desempenho da distribuição face a diferentes idades e classes de sítio muito provavelmente se deve à maior variabilidade de

Tabela 8

Índice percentual por idade e classes de sítio que demonstra a eficiência da distribuição testada, para o número de árvores e o volume.

*Index percentages by age and site classes which show the performance of the  $S_B$  distribution for the number of trees and the volume.*

IDADE	SÍTIO	Número de árvores		Volume	
		Momentos	Máxima Verossimilhança	Momentos	Máxima Verossimilhança
14-20	II	56,7	34,8	45,2	26,7
	III	48,0	20,0	58,0	2,0
27-32	II	82,2	68,1	70,3	65,8
	III	66,7	49,3	58,9	60,0
40	II	84,2	68,3	83,3	66,3
	III	63,3	51,7	68,3	68,3
52-53	II	90,0	70,0	85,8	77,5
	III	71,7	26,7	81,7	61,7
64	II	86,5	57,1	82,9	67,7
	III	62,5	47,5	80,0	52,5

tectada na distribuição de frequência, nas menores idades e nos sítios menos produtivos.

A classe de sítio mais produtiva não foi considerada neste caso face à falta de representatividade.

## CONCLUSÕES

A distribuição  $S_B$  com ajuste pelo método dos momentos apresenta desempenho estável na estimativa da frequência teórica, propiciando estimativa volumétrica também estável para diferentes condições de produtividade dos sítios e idades.

A distribuição  $S_B$  apresenta tendência de melhor desempenho na estimativa da frequência teórica, propiciando estimativas volumétricas tam-

bém eficientes, para os sítios mais produtivos e nas maiores idades.

Restrições ao uso da distribuição  $S_B$  (momentos ou máxima verossimilhança) podem ser feitas ao efetuar estimativa da frequência teórica e, por conseguinte, a estimativa volumétrica, em idades muito jovens, até 20 meses.

Com o controle da idade e do sítio, a distribuição  $S_B$  (máxima verossimilhança) apresenta desempenho mais próximo à distribuição  $S_B$  (momentos), principalmente na estimativa do volume.

Através do teste de aderência Kolmogorov-Smirnov pode-se inferir que o método dos momentos foi mais eficiente para estimativa da frequência teórica e para estimativa do volume, que a distribuição  $S_B$  com ajuste pelo método da máxima verossimilhança.

## AUTORES

JOSÉ ROBERTO SOARES SCOLFORO é Professor Doutor do Departamento de Ciências Florestais da UFLA / Universidade Federal de Lavras - Caixa Postal 37 - 37200-000 - Lavras, MG.

AGUINALDO THIERSCHI é Pós-Graduando do Departamento de Ciências Florestais da UFLA / Universidade Federal de Lavras - Caixa Postal 37 - 37200-000 - Lavras, MG.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CAMPOS, H. *Estatística experimental não paramétrica*. 3.ed. Piracicaba: ESALQ/USP, 1979. 343p.
- COUTO, H.Y.Z. *Distribuições de diâmetros em plantações de Pinus caribaea Morelet var. caribaea*. Piracicaba: ESALQ/ USP, 1980. 79p. Tese (Livre Docente). Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz.
- FRANCO, E.J. *Estudos dos métodos estimativos de volume, biomassa e níveis de produtividade para Eucalyptus camaldulensis*. Lavras: UFLA, 1996. 100p. Tese (Mestrado). Universidade Federal de Lavras.
- FINGER, C.A.G. *Distribuição de diâmetros em acácia negra em diferentes povoamentos e idades*. Curitiba: UFPR, 1982. 124p. Tese (Mestrado). Universidade Federal do Paraná.
- GLADE, J.E. *Prognose de volume por classe diamétricas para Eucalyptus grandis Hill Ex-Maiden*. Curitiba: UFPR, 1986. 94p. Tese (Mestrado). Universidade Federal do Paraná.
- HAFLEY, W.L.; SCHREUDER, M.T. Statistical distributions for fitting diameters and height data in even-aged stands. *Canadian journal of forest research*, v.7, n.3, p.481-487, 1977.
- HAFLEY, W.L.; BUFORD, M.A. A bivariate model for growth and yield prediction. *Forest science*, v.31, n.1, p.237-247, 1985.
- JOHNSON, N.L. Systems of frequency curves generated by methods of translation. *Biometrika*, v.36, p.149-176, 1949.
- JOHNSON, N.L.; KITCHEN, J.O. Some notes on tables to facilitate fitting  $S_B$  curves. *Biometrika*, v.58, n.1, p.223-226, 1971.
- KNOEBEL, B.R.; BURKHART, H.E. A bivariate distribution approach to modeling forest diameter distributions at two points in time. *Biometrics*, v.47, p.241-253, 1991.
- LI, J.; CHEN, M.; SCHREUDER, H.T.; GREGOIRE, T.G. Forestry applications of saddle-point approximations to construct confidence intervals for population means. *Biometrics*, v.51, n.1, p.61-72, 1995.
- MAGE, D.T. An explicit solution for  $S_B$  parameter using four percentile points. *Technometrics*, v.22, n.2, p.247-251, 1980.
- OLIVEIRA, A.C.; BERTOLUCCI, F.L.G.; ANDRADE, H.B. Avaliação do *Eucalyptus camaldulensis* nas condições edafoclimáticas do norte e nordeste de Minas Gerais. In: CONGRESSO FLORESTAL BRASILEIRO, 6, Campos do Jordão, 1990. *Anais*. Campos do Jordão: SBS, 1990. p.474-486.
- SCHREUDER, H.T. Maximum likelihood estimation for select distribution. *Technical report. NCSU*, n.61, p.1-21, 1978.
- SCOLFORO, J.R.S. *Modelagem do crescimento e da produção de florestas plantadas e nativas*. Lavras: UFLA/FAEPE, 1998. 453p.
- SCOLFORO, J.R.S.; FRANCO, E.J.; THIERSCHI, A.; OLIVEIRA, A.D.; MELLO, J.M. Curvas de índice de sítio provenientes de um modelo polimórfico pelo método da diferença algébrica para *Eucalyptus camaldulensis*. *Revista Ciência Florestal*, 1999. 19p. (submetido).
- SLIFKER, J.F. ; SHAPIRO, S.S. The Johnson System: selection and parameter estimation. *Technometrics*, v.22, p.239-246, 1980.
- SOKAL, R.N.; ROHAF, F.J. *Biometry*. San Francisco: Miller Freeman, 1981. 859p.
- SWINDEL, B.F.; SMITH, H.D.; GROSENBAUGH, L.R. Fitting diameter distributions with a hand-held, programmable calculator. *Canadian journal of forest research*, v.3, n.3, p.325-334, 1987.
- THAM, A. Structure of mixed *Picea abies* (L.) Karst and *Betula pendula* Roth and *Betula pubescens* Ehrh. stands in south and middle Sweden. *Canadian journal of forest research*, v.3, n.3, p.355-370, 1987.
- THAM, A. Estimative and test frequency distributions with the Johnson  $S_B$  function from stand parameters in young mixed stands after different thinning treatments. In: IUFRO FOREST GROWTH MODELLING AND PREDICTION CONFERENCE, Minneapolis, 1980. *Anais*. v.1, p.255-262.
- WHEELER, R.E. Quantile estimators of Johnson curve parameters. *Biometrika*, v.67, n.3, p.725-728, 1980.
- ZHOU, B. ; McTAGUE, J.P. Comparison and evaluation of five methods of estimation of the Johnson System parameters. *Canadian journal of forest research*, v.26, p.928-935, 1996.

• **TRABALHOS DE PESQUISA** • EFEITO DA CAMADA DE RESÍDUOS FLORESTAIS NA COMPACTAÇÃO DO SOLO CAUSADA PELO TRANSPORTE PRIMÁRIO DA MADEIRA. • *FERNANDO SEIXAS; EZÉR DIAS DE OLIVEIRA JÚNIOR; CÍNTIA RODRIGUES DE SOUZA* • CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA RADICULAR EM POVOAMENTOS DE EUCALIPTOS PROPAGADOS POR SEMENTES E ESTACAS. • *SÉRGIO LUÍS DE MIRANDA MELLO; JOSÉ LEONARDO DE MORAES GONÇALVES; LUIS EUGÊNIO GONÇALVES DE OLIVEIRA* • NÍVEIS CRÍTICOS DE FÓSFORO NO SOLO E NAS FOLHAS PARA A IMPLANTAÇÃO DE *EUCALYPTUS GRANDIS* HILL EX MAIDEN, EM QUATRO TIPOS DE SOLOS. • *JOÃO JOSÉ ISMAEL; SÉRGIO VALIENGO VALERI; LENINE CORRADINI; SILVIO FERNANDES ALVARENGA; CELINA FERRAZ DO VALLE; MANOEL EVARISTO FERREIRA; DAVID ARIIVALDO BANZATTO* • ADIÇÃO DE NUTRIENTES AO SOLO EM SISTEMA AGROFLORESTAL DO TIPO “CULTIVO EM ALÉIAS” E EM CERRADO NA REGIÃO DE BOTUCATU, SP. • *ÁLVARO LUIZ MAFRA; ANDREAS ATILA DE WOLINSK MIKLÓS; HUGO LUIZ VOCURCA; ALEXANDRE HUMBERTO HARKALY; EDUARDO MENDOZA* • VARIAÇÃO GENÉTICA DE INDICADORES DE TENSÃO DE CRESCIMENTO EM CLONES DE *EUCALYPTUS UROPHYLLA*. • *LOTHAR SCHACHT; JOSÉ NIVALDO GARCIA; ROLAND VENCOVSKY* • ESTABILIDADE DIMENSIONAL DO COMPENSADO UTILIZANDO RESINA DE ALTA REATIVIDADE. • *DIMAS AGOSTINHO DA SILVA; IVAN TOMASELLI; SETSUO IWAKIRI* • DURABILIDADE NATURAL DE 46 ESPÉCIES DE MADEIRA AMAZÔNICA EM CONTATO COM O SOLO EM AMBIENTE FLORESTAL. • *MARIA APARECIDA DE JESUS; JOSÉ WELLINGTON DE MORAIS; R. LIÉGE SOUZA DE ABREU; MARIA DE FÁTIMA C. CARDIAS* • ESTIMATIVAS E TESTES DA DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA DIAMÉTRICA PARA *EUCALYPTUS CAMALDULENSIS*, ATRAVÉS DA DISTRIBUIÇÃO  $S_B$ , POR DIFERENTES MÉTODOS DE AJUSTE. • *JOSÉ ROBERTO S. SCOLFORO; AGUINALDO THIERSCHI* • AVALIAÇÃO DE IMAGENS-ÍNDICE E IMAGENS-PROPORÇÃO NA IDENTIFICAÇÃO DE PLANTIOS FLORESTAIS DESFOLHADOS POR GEADAS E PELO ATAQUE DE INSETOS. • *FLÁVIO JORGE PONZONI* • COMPARANDO TRÊS MÉTODOS DE AMOSTRAGEM: MÉTODOS DE DISTÂNCIAS, CONTAGEM DE QUADRATS E CONGLOMERADO ADAPTATIVO. • *ILKA AFONSO REIS; RENATO MARTINS ASSUNÇÃO* • PROGRAMAS EDUCATIVOS COM FLORA E FAUNA (EXPRESSIONES DA BIODIVERSIDADE) E A EDUCAÇÃO AMBIENTAL. • *JOÃO LUIZ PEGORARO; MARCOS SORRENTINO* • **COMUNICAÇÕES** • ZONEAMENTO ECOLÓGICO DAS BACIAS DO PARANÁ E ALTO PARAGUAI (MS) PARA *EUTERPE EDULIS* MART. • *OMAR DANIEL; SILVIO NOLASCO OLIVEIRA NETO*