





## ARTIGO ORIGINAL

# Sistema de equações de biomassa de *Pinus* spp. no sul do Paraná

## *Biomass equation system of Pinus spp. in southern Paraná*

Ornelio Paulino Estevão Nhaduco<sup>1</sup> , Ana Paula Dalla Corte<sup>2</sup> , Alexandre Behling<sup>2</sup> ,  
Carlos Roberto Sanquetta<sup>2</sup> 

<sup>1</sup>Universidade Eduardo Mondlane – UEM, Maputo, MP, Moçambique

<sup>2</sup>Universidade Federal do Paraná – UFPR, Curitiba, PR, Brasil

**Como citar:** Nhaduco, O. P. E., Dalla Corte, A. P., Behling, A., & Sanquetta, C. R. (2021). Sistema de equações de biomassa de *Pinus* spp. no sul do Paraná. *Scientia Forestalis*, 49(129), e3457. <https://doi.org/10.18671/scifor.v49n129.24>

### Resumo

A modelagem independente tem sido amplamente utilizada em estudos visando estimar a biomassa florestal. Contudo, este tipo de modelagem não atende a premissa de aditividade em seus componentes. Nesse cenário, o objetivo deste trabalho foi aplicar os procedimentos de modelagem simultânea na estimativa de biomassa de *Pinus* spp. no Sul do Paraná, sob a hipótese de que, em função das restrições impostas aos coeficientes nos procedimentos *NSUR* e *WNSUR*, as equações resultantes são aditivas, contrariamente a modelagem clássica, resultando em estimadores que melhor representem a condição biológica das árvores. Foram selecionadas 70 árvores de *Pinus* spp. distribuídas nos intervalos de idade (2 – 24 anos) e diâmetro a 1,30 m do solo - *dap* (1,91 – 40,27 cm), buscando-se sempre selecionar indivíduos médios das condições locais. A amostragem foi realizada de forma destrutiva, onde foi quantificada a biomassa dos componentes: raízes, fuste, casca do fuste, galhos, acículas e total. Para cada componente e para o total, vários modelos não lineares foram ajustados pelo método dos mínimos quadrados tomando como variáveis independentes várias combinações das variáveis biométricas: diâmetro a 1,30 m do solo (*dap*), altura total (*ht*), diâmetro da copa (*dc*) e altura da copa (*hc*). Foram usados como critérios de seleção dos melhores modelos alométricos o  $R^2_{aj}$  (%), o  $S_{yx}$  (kg), o *CV* (%), o *AIC*, o *MAE* (kg), o *MPE* (%) e análise gráfica dos resíduos. Com base nas equações selecionadas para cada componente, foi realizado o ajuste simultâneo. Tendo sido detectada heteroscedasticidade dos resíduos, os respectivos modelos foram ajustados com ponderação, utilizando pesos oriundos da modelagem da estrutura da variância. Observou-se pouca alteração das estatísticas de ajuste com aplicação da modelagem simultânea quando comparada com a modelagem independente, porém, este procedimento garantiu a compatibilidade das estimativas, isto é, a soma das estimativas da biomassa dos componentes foi equivalente à estimativa da biomassa total. Por garantir esta condição biológica das árvores, o ajuste simultâneo, com restrições aos coeficientes, é o procedimento recomendado para a modelagem de biomassa.

**Palavras-chave:** Ajuste independente; Ajuste simultâneo; Heteroscedasticidade; Aditividade.

### Abstract

Independent modeling has been widely used in studies aiming to obtain estimates of forest biomass. However, this type of modeling does not meet the premise of additivity in its components. In this scenario, the present study aims to apply the simultaneous modeling procedures in the estimation of biomass of *Pinus* spp. in Southern Paraná, under the hypothesis that, due to the constraints imposed on the coefficients in the *NSUR* and *WNSUR* procedures, the resulting equations will be additive unlike classical modeling, thus resulting in estimators that best represent the biological condition of the trees. 70 trees of *Pinus* spp. distributed in age range (2 - 24 years) and diameter at 1.30 m from the ground -

**Fonte de financiamento:** Nenhuma.

**Conflito de interesse:** Nada a declarar.

**Autor correspondente:** ornelionhaduco@gmail.com

**Recebido:** 29 agosto 2019.

**Aceito:** 20 janeiro 2020.

**Editor:** Paulo Henrique Müller Silva.



Este é um artigo publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Attribution, que permite uso, distribuição e reprodução em qualquer meio, sem restrições desde que o trabalho original seja corretamente citado.

dbh (1.91 - 40.27 cm) were selected, always seeking to select average individuals from local conditions. Sampling occurred in the destructive form where the biomass quantification of the following components was performed: roots, stem, bark, branches, leaves and total. For each component and total biomass, several nonlinear models were adjusted by the least squares method using as independent variables several combinations of the following biometric variables: *dbh*, total height (*ht*), crown diameter (*dc*) and crown height (*hc*). The following criteria were used to select the best models:  $R^2_{aj}$  (%),  $S_{yx}$  (kg),  $CV$  (%),  $AIC$ ,  $MAE$  (kg),  $MPE$  (%) and graphical analysis of residuals. With the selected equations the simultaneous adjustment was carried out. When heteroskedasticity was detected, the respective models were adjusted with weighting by modeling the variance structure. There was little change in the adjustment statistics with simultaneous modeling, but this procedure brought biological consistency in the estimates by ensuring that the sum of the biomass estimates of the components corresponds to the total biomass estimate. Because this biological condition of trees is guaranteed, simultaneous adjustment with restrictions on the coefficients is the recommended procedure for biomass modeling.

**Keywords:** Independent adjustment; Simultaneous adjustment; Heteroscedasticity; Additivity.

## INTRODUÇÃO

O fenômeno das mudanças climáticas, principalmente em função das emissões de gases de efeito estufa (GEE), tornou-se um debate mundial. A ação antropogênica e alguns eventos naturais contribuem para aumento das emissões de GEE na atmosfera. Nesse cenário, as florestas têm assumido cada vez mais importância nos esforços internacionais para a mitigação das mudanças climáticas (Brown, 2002). Segundo Intergovernmental Panel on Climate Change (2001), o ecossistema florestal é responsável por fixação de grande parte do carbono que poderia estar na atmosfera (cerca de 80% de todo o carbono orgânico acima do solo e 40% de todo o carbono orgânico terrestre abaixo do solo). Nesse sentido, é fundamental estimar acuradamente a biomassa de todos os componentes da árvore, bem como a biomassa total, a fim de avaliar o balanço global de carbono (Magalhães & Seifert, 2015), compreender a produção primária de um ecossistema, ciclagem de nutrientes, hidrologia, comportamento do fogo e avaliar o potencial de uma floresta para a produção de energia (Higuchi et al., 2008).

No Brasil, o ajuste independente tem sido amplamente aplicado em estudos visando à estimativa da biomassa florestal. Contudo, este tipo de modelagem não atende a premissa de aditividade que é proposta por Kozak (1970), Cunia & Briggs (1984), Chiyenda & Kozak (1984), Reed & Green (1985), Parresol (1999, 2001). Esta premissa sugere que o somatório das estimativas da biomassa dos componentes deve corresponder à estimativa da biomassa total.

Parresol (1999, 2001) revisaram e propuseram alguns procedimentos para impor a aditividade de modelos de regressão, a saber: *seemingly unrelated regression method (SUR)* para modelos lineares e *nonlinear seemingly unrelated regression method (NSUR)* para modelos não lineares. Todavia, embora estes métodos existam, são frequentemente ignorados em muitas práticas de modelagem de biomassa (Dong et al., 2015). Sanquetta et al. (2015) constataram o princípio da aditividade na modelagem da biomassa em 20% dos 50 estudos revisados, ou seja, apenas 10 estudos a aditividade das equações foi garantida.

No que refere-se ao gênero da espécie em questão (*Pinus*), embora a notória expressividade deste gênero, no Brasil apenas um estudo conduzido por Sanquetta et al. (2015) respeita o pressuposto de aditividade das equações de biomassa. Estima-se que no território brasileiro de um total de 7,84 milhões de hectares de floresta plantada, 1,58 milhões de hectares são de plantios de *Pinus* spp., representando 20% de área plantada (Indústria Brasileira de Árvores, 2017).

Nesse contexto, o objetivo deste trabalho foi aplicar os procedimentos de ajuste por sistema de equações, método *NSUR* para estimativa de biomassa de *Pinus* spp., sob a hipótese de que, em função das restrições impostas aos coeficientes neste método, as equações resultantes são aditivas, contrariamente a modelagem clássica (ajuste independente), resultando em estimadores que melhor representem a condição biológica das árvores.

## MATERIAL E MÉTODOS

### Fonte de dados

Os dados utilizados neste estudo advêm do projeto intitulado: Níveis dinâmicos e estabilidade biológica nas taxas de crescimento de florestas plantadas no sul do Brasil e seu potencial na geração de créditos de carbono. A base de dados foi estabelecida durante os anos de 2003 e 2004, com coletadas de biomassa nos povoamentos florestais pertencentes às empresas Masisa, Pizzato e Selectas. A amostra contemplou 70 árvores das espécies *Pinus elliottii* (33 árvores), *Pinus taeda* (26 árvores) e *Pinus* spp. (11 árvores) aleatoriamente distribuídas nos povoamentos, com idade (I) variando entre 2 – 24 anos, diâmetro a 1,30 m do solo (dap) entre 1,91 – 40,27 cm, altura total (ht) entre 2,35 – 30,30 m, diâmetro da copa (dc) entre 1,26 – 7,08 m e altura da copa (hc) entre 1,78 – 14,93 m. A quantificação da biomassa foi realizada por componente: raízes, fuste (sem casca), casca (do fuste), galhos e folhagem (acículas) pelo método direto (destrutivo), por meio de determinação de seus pesos verdes (frescos) em campo e determinação dos pesos secos no laboratório (Equação 1), conforme a descrição metodológica de Sanquetta et al. (2004).

$$MS(\%) = \frac{PS}{PV} \cdot 100 \quad (1)$$

Em que: MS = matéria seca (%); PS = peso da massa seca total do compartimento (g); PV = peso da massa verde total do compartimento (g).

O clima da região (sul do Paraná), de acordo com a classificação de Köppen, é caracterizado como Subtropical Úmido Mesotérmico (Cfb) com invernos mais acentuados e verões frescos. A temperatura média anual é mais baixa em relação às outras regiões (15°C a 19°C). Por conseguinte, esta região concentra empresas e segmentos florestais notadamente associados ao consumo e produção de madeira de *pinus* em seus processos industriais (Associação Paranaense de Empresas de Base Floresta, 2018). As características topográficas dividem-se em plana, ondulada e montanhosa, sendo a última de maior predominância (Balbinot et al., 2008).

### Análise de dados

#### Ajuste independente e ajuste simultâneo (NSUR e WNSUR)

Uma matriz de correlação linear simples foi estabelecida, contemplando as variáveis: *dap*, *ht*, *dc* e *hc* (variáveis independentes) e biomassa seca das raízes (*WR*), biomassa seca do fuste (*WF*), biomassa seca da casca (*WC*), biomassa seca dos galhos (*WG*), biomassa seca das acículas (*WA*) e a biomassa seca total (*WT*) (variáveis dependentes).

Foram selecionados nove (9) modelos alométricos não lineares para estimativa de biomassa. Nos modelos, as variáveis dependentes foram a biomassa seca dos componentes e biomassa seca total e as variáveis independente *dap*, *ht*, *dc* e *hc* (Tabela 1). Os modelos considerados são referenciados em trabalhos similares: Parresol (2001), Sanquetta et al. (2015), Magalhães & Seifert (2015), Dong et al. (2014, 2015, 2018), Coutinho et al. (2017), Oliveira et al. (2018).

Os modelos foram ajustados de forma independente no programa estatístico SAS (versão para acadêmicos e universidades: <https://odamid.oda.sas.com>) para a biomassa de cada componente das árvores e para a biomassa total utilizando o método dos mínimos quadrados. Os melhores modelos foram selecionados para compor o sistema de equações aditivas, o qual foi ajustado simultaneamente. Para a seleção dos melhores modelos de biomassa, foi considerado o coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_{aj}$ , em porcentagem) (Equação 2).

$$R_{aj.}^2 = 1 - \left\{ \left( \frac{n-1}{n-p} \right) \left( \frac{SQE}{SQT} \right) \right\} 100 \quad (2)$$

Em que:  $n$  = número de observações;  $p$  = número de coeficientes do modelo;  $SQE$  = soma dos quadrados do erro;  $SQT$  = soma dos quadrados totais.

**Tabela 1.** Modelos alométricos testados para a estimativa de biomassa em plantios comerciais de *Pinus* spp. no sul do Paraná

N	Modelo	Classificação
1	$Y =_0 dap^1 + \varepsilon_i$	
2	$Y =_0 (dap^2)^1 + \varepsilon_i$	
3	$Y =_0 (dap^2 ht)^1 + \varepsilon_i$	
4	$Y =_0 dap^1 ht^2 + \varepsilon_i$	
5	$Y =_0 dap^1 ht^2 dc^2 + \varepsilon_i$	Não lineares
6	$Y =_0 dap^1 hc^2 + \varepsilon_i$	
7	$Y =_0 ht^1 dc^2 + \varepsilon_i$	
8	$Y =_0 dap^1 dc^2 + \varepsilon_i$	
9	$Y =_0 dap^1 hc^2 dc^2 + \varepsilon_i$	

Em que:  $Y$  = biomassa (kg);  $dap$  = diâmetro a 1,30 m do solo (cm);  $ht$  = altura total (m);  $hc$  = altura da copa (m);  $dc$  = diâmetro da copa (m);  $\beta_0; \beta_1; \beta_2; \beta_3$  = coeficientes dos modelos;  $\varepsilon_i$  = erro aleatório do modelo.

Todavia, Spiess & Neumeyer (2010) advertem que pesquisadores devem estar cientes de que o  $R^2$  é inadequado quando usado para avaliar o desempenho ou a validade de um modelo não linear. Estes autores destacam que o  $R^2$  deve ser removido da literatura científica que lida com o ajuste de modelos não lineares ou pelo menos ser complementado com outros critérios de avaliação de modelos. Assim, foram também avaliadas outras estatísticas: erro padrão de estimativa em kg ( $S_{yx}$ ) (Equação 3), coeficiente de variação (CV%) (Equação 4), critério de informação de Akaike (AIC) (Equação 5), o erro médio absoluto (MAE) (Equação 6) e erro médio em porcentagem (MPE) (Equação 7).

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{SQE}{n-p}} \quad (3)$$

Em que:  $SQE$ ,  $n$  e  $p$  = conforme descrito anteriormente.

$$CV = \frac{S_{yx}}{\bar{y}_i} 100 \quad (4)$$

Em que:  $\bar{y}_i$  = biomassa média observada em kg do componente  $i$ ;  $i$  = raiz, fuste, casca, galhos, acículas e total.

$$AIC = -2n \left( \frac{-n}{2} \ln \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i^2 \right) + 2p \frac{n}{n-p-1} \right) \quad (5)$$

Em que:  $e_i$  = resíduos em kg do componente  $i$ ;  $n$ ,  $p$  e  $i$  = conforme descrito anteriormente.

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i| \quad (6)$$

Em que:  $y_i$  = biomassa observada em kg do componente  $i$ ;  $\hat{y}_i$  = biomassa estimada em kg do componente  $i$ ;  $n$  e  $i$  = conforme descrito anteriormente.

$$MPE = \frac{100}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{y_i} \quad (7)$$

Em que:  $y_i$ ,  $\hat{y}_i$ ,  $n$  e  $i$  = conforme descrito anteriormente.

O ajuste simultâneo também foi realizado no programa estatístico SAS com base nos procedimentos referenciados por Parresol (1999, 2001). O método utilizado para garantia da aditividade foi o *Nonlinear Seemingly Unrelated Regression (NSUR)*. Neste método, a biomassa de cada componente é estimada por uma regressão não linear com as suas variáveis independentes e a regressão para a biomassa total é uma função resultante do somatório das funções utilizadas para os componentes.

Tendo sido detectada heteroscedasticidade dos resíduos, os respectivos modelos foram ajustados com ponderação por meio da modelagem da estrutura da variância (ajuste independente ponderado e ajuste simultâneo ponderado) com base nos procedimentos apresentados em Parresol (1999, 2001). Para o ajuste simultâneo ponderado utilizou-se o método *weighted-nonlinear seemingly unrelated regressions (WNSUR)* seguindo também os procedimentos propostos por Parresol (1999, 2001).

Para efeitos da análise comparativa da modelagem independente (com ponderação) e modelagem simultânea (com ponderação), o desempenho dos estimadores de biomassa dos dois procedimentos foi analisado quanto à consistência biológica das estimativas e ao comportamento das suas estatísticas de ajuste. A consistência biológica, definida como aditividade entre a biomassa dos componentes com a biomassa total, foi realizada avaliando se  $\hat{y}_{raízes} + \hat{y}_{fuste} + \hat{y}_{casca} + \hat{y}_{galhos} + \hat{y}_{acículas} = \hat{y}_{total}$ , ou seja,  $\hat{y}_{total} - (\hat{y}_{raízes} + \hat{y}_{fuste} + \hat{y}_{casca} + \hat{y}_{galhos} + \hat{y}_{acículas}) = 0$ . Para avaliar o comportamento das estatísticas de ajuste, foram calculadas as diferenças existentes entre as estatísticas dos estimadores obtidos por ajuste simultâneo ponderado e ajuste independente ponderado (Equação 8).

$$D = \frac{(\hat{w}_i - \hat{y}_i)}{\hat{w}_i} 100 \quad (8)$$

Em que:  $D$  é a diferença em porcentagem (%) entre as estatísticas obtidas por ajuste simultâneo ponderado e ajuste independente ponderado;  $\hat{w}_i$  são as estatísticas obtidas por ajuste simultâneo ponderado em cada componente de biomassa  $i$ ;  $\hat{y}_i$  são as estatísticas obtidas por ajuste independente ponderado em cada componente de biomassa  $i$ .

### Avaliação da aditividade dos componentes

A avaliação da aditividade das estimativas da biomassa dos componentes com as estimativas da biomassa total foi feita ao nível da árvore individual (ajuste independente não ponderado e ponderado) e ao nível da parcela (ajuste independente ponderado). A avaliação ao nível da árvore indivíduo foi realizada utilizando os dados utilizados para a regressão (70 árvores de *Pinus* spp., conforme descrito anteriormente). Por sua vez, para a avaliação ao nível da parcela foram utilizados dados de 304 parcelas permanentes com áreas variando de 446,60 a 979,40 m<sup>2</sup>, alocados em povoamentos de *Pinus* spp. com idades variando de 3,30 a 21,40 anos concedidos pela empresa Klabin. Para este novo banco de dados, 37.685 árvores

cujas alturas haviam sido previamente mensuradas foram usadas para ajustar e selecionar o melhor modelo para a estimativa das alturas das árvores restantes.

Dado que este último banco de dados não continha medidas de diâmetro da copa ( $dc$ ) e altura da copa ( $hc$ ), enquanto que as equações a serem empregues na avaliação da falta aditividade ao nível da parcela incluíam estas duas variáveis, foi necessário novamente recorrer a base de dados com 70 árvores de *Pinus* sp. para ajustar e selecionar os melhores modelos para a estimativa destas variáveis. Os critérios usados para avaliar a qualidade do ajuste dos modelos da estimativa do diâmetro da copa, altura da copa e altura total foram:  $R^2_{aj}$ . (%),  $S_{yx}$  (kg), CV (%), MAE (kg), MPE (%) e análise da distribuição gráfica dos resíduos. A formulação matemática dessas estatísticas é descrita em (2, 3, 4, 6 e 7).

Na Tabela 2 estão apresentados os modelos ajustados para a estimativa de diâmetro da copa, altura da copa e altura total das árvores. Nos modelos logarítmicos usados para a estimativa da altura total, com vista corrigir os problemas da discrepância logarítmica foi calculado o Fator de Correção de Meyer (FCM) (Equação 9).

**Tabela 2.** Modelos ajustados para a estimativa do diâmetro da copa, altura da copa e altura total de *Pinus* spp. no sul do Paraná.

Modelo	Diâmetro da copa e altura da copa	Altura total
1	$Y = \beta_0 d^{\beta_1} + \varepsilon$	$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1 d + \beta_2 d^2 + \varepsilon$
2	$Y = \beta_0 + \beta_1 d + \varepsilon$	$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{d} + \beta_2 \frac{1}{I} + \varepsilon$
3	$Y = \beta_0 + \beta_1 d + \beta_2 d^2 + \varepsilon$	$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1 \ln(d) + \beta_2 \frac{1}{I} + \varepsilon$
4	$Y = \beta_0 d^{\beta_1} h t^{\beta_2} + \varepsilon$	$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1 \ln(d) + \varepsilon$
5	$Y = \beta_0 (d^2 h)^{\beta_1} + \varepsilon$	$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{d} + \varepsilon$
6	$Y = \beta_0 \left(\frac{1}{d}\right)^{\beta_1} h^{\beta_2} + \varepsilon$	$h = \beta_0 + \beta_1 \ln(d) + \varepsilon$

Em que:  $Y$  = diâmetro da copa ou altura da copa;  $h$  = altura total;  $d$  = diâmetro a 1,30 m do solo;  $I$  = idade;  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  e  $\beta_2$  = coeficientes de regressão dos modelos ajustados;  $\ln$  = logaritmo natural;  $\varepsilon$  = erro aleatório.

$$FCM = e^{0,5QMRes.} \quad (9)$$

Em que:  $e$  = base do logaritmo natural, 2,718281828...;  $QMRes.$  = quadrado médio dos resíduos.

Como as áreas das parcelas permanentes variavam, na avaliação da aditividade ao nível da parcela consideraram-se apenas as parcelas com área de 600 m<sup>2</sup>, de forma a facilitar a extrapolação da falta de aditividade por hectare. Deste modo foram utilizadas um total de 48 parcelas, cujas idades variavam de 3,4 a 8,9 anos. O cálculo da não aditividade em valor absoluto e em porcentagem, respectivamente, foi realizado conforme as Equações 10 e 11.

$$NA = WTE_i - WTC_i \quad (10)$$

$$NA(\%) = \frac{WTE_i - WTC_i}{WTE_i} 100 \quad (11)$$

Em que:  $NA$  = não aditividade por árvore ou por parcela, em kg.árvore<sup>-1</sup> e t.par<sup>-1</sup>, respectivamente;  $WTE_i$  = biomassa total estimada da árvore ou parcela  $i$ , em kg.árv<sup>-1</sup> e t.par<sup>-1</sup>,

respectivamente;  $WTC_i$  = Biomassa obtida pela soma dos componentes da árvore ou parcela  $i$ , em  $\text{kg.árv}^{-1}$  e  $\text{t.par}^{-1}$ , respectivamente.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

### Estatística descritiva e análise de correlação

Na Tabela 3 estão apresentados os resultados das estatísticas descritivas das variáveis independentes e dependentes consideradas na modelagem da biomassa de *Pinus* spp. Os valores médios das variáveis independentes ( $dap$ ,  $ht$ ,  $dc$  e  $hc$ ) foram de 20,10 cm, 15,15 m, 3,36 m e 7,33 m, respectivamente. A variável independente com maior variação foi a altura total, com coeficiente de variação (CV%) de 50,52%. Por sua vez, os valores médios das variáveis dependentes ( $WR$ ,  $WF$ ,  $WC$ ,  $WG$ ,  $WA$  e  $WT$ ) foram de 20,13 kg, 124,86 kg, 17,34 kg, 21,75 kg, 10,58 kg e 194,66 kg, respectivamente, e comparativamente as variáveis independentes, verificou-se aumento dos valores de CV%, com o mínimo de 79,57% para a biomassa das raízes e um máximo de 115,14% para a biomassa do fuste.

Proporcionalmente a biomassa total, 64,14% da biomassa observada correspondeu à biomassa do fuste, 11,17% a biomassa dos galhos, 10,34% a biomassa das raízes, 8,91% a biomassa da casca e 5,44% a biomassa das acículas. A biomassa acima do solo representou 89,66% da biomassa total e a biomassa abaixo do solo foi de apenas 10,34%. A maior proporção de biomassa do fuste em relação aos demais componentes também foi constatada por Oliveira et al. (2018) para a *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze.

**Tabela 3.** Estatísticas descritivas das variáveis independentes e dependentes consideradas no ajuste da biomassa de *Pinus* spp. no Sul do Paraná.

Variável	<i>Pinus</i> sp. (n = 70)					
	$\bar{x}$	Mediana	Mín.	Máx.	s	CV (%)
$dap$ (cm)	20,10	21,09	1,91	40,27	8,78	43,68
Altura total (m)	15,15	15,64	2,35	30,30	7,65	50,52
Diâmetro da copa (m)	3,36	3,00	1,26	7,08	1,42	42,41
Altura da copa (m)	7,33	6,86	1,78	14,93	3,04	41,46
Biomassa das raízes (kg)	20,13	15,06	0,20	58,04	16,02	79,57
Biomassa do fuste (kg)	124,86	73,79	0,40	687,39	143,75	115,14
Biomassa da casca (kg)	17,34	14,32	0,10	65,91	15,37	88,66
Biomassa dos galhos (kg)	21,75	15,11	0,19	96,14	22,03	101,29
Biomassa das Acículas (kg)	10,58	9,47	0,35	39,54	7,21	68,19
Biomassa total (kg)	194,66	132,21	1,23	889,81	195,80	100,59

Em que:  $dap$  = diâmetro a 1,30 m do solo;  $\bar{x}$  = média; Mín. = menor valor; Máx. = maior valor; s = desvio padrão; CV (%) = coeficiente de variação.

Segundo Caldeira et al. (2003) diversos trabalhos sobre biomassa demonstram que a maior fração de biomassa em uma espécie florestal encontra-se no componente fuste. A literatura preconiza acúmulo maior da biomassa no fuste, galhos e por último nas folhas (Sanquetta et al., 2015), porque segundo Otto (1994) citado por Caldeira et al. (2015), durante a fase inicial de desenvolvimento de uma floresta, uma grande parte de carboidratos é canalizada para a produção de biomassa da copa. Posteriormente, quando as copas começam a competir entre si, a produção relativa de fuste aumenta e a de galhos e folhas diminui gradativamente. Essa tendência de distribuição de biomassa foi também observada no

presente estudo. Todavia, esta sequência pode variar de acordo com uma infinidade de fatores, dos quais: a tipologia florestal, o tipo de espécie, o sítio florestal, a idade do povoamento, entre outros.

Analisando o grau de relacionamento das diferentes variáveis mensuradas, por meio da avaliação da correlação linear de Pearson (Tabela 4), observou-se que todas as variáveis dependentes (WR, WF, WC, WG, WA e WT) apresentaram correlação significativa a 1% com as variáveis independentes (dap, ht, dc, hc), com uma forte correlação entre as variáveis, o que sugere que o estabelecimento de relações alométricas entre as variáveis pode resultar em ajustes satisfatórios.

A variável biomassa total apresentou altas correlações com a biomassa dos componentes, porém, correlação ligeiramente baixa com a biomassa das acículas comparativamente com os demais componentes. A mesma situação foi encontrada por Schikowski et al. (2013) para *Pinus* sp. A forte correlação da biomassa total com a biomassa dos componentes (raízes, fuste, casca e galhos) se deve ao caráter acumulativo dos mesmos, que no decorrer do crescimento da árvore são incorporados ao indivíduo ao invés de deposição no solo, como ocorre com parte das acículas (Schikowski et al., 2013).

**Tabela 4.** Correlação linear de Pearson para as variáveis utilizadas nos modelos alométricos para plantio de *Pinus* spp. no sul do Paraná.

	dap (cm)	ht (m)	dc (m)	hc (m)	WR (kg)	WF (kg)	WC (kg)	WG (kg)	WA (kg)	WT (kg)
dap (cm)	1									
ht (m)	0,92**	1								
dc (m)	0,87**	0,69**	1							
hc (m)	0,92**	0,86**	0,84**	1						
WR (kg)	0,90**	0,82**	0,86**	0,89**	1					
WF (kg)	0,85**	0,83**	0,77**	0,80**	0,84**	1				
WC (kg)	0,87**	0,84**	0,77**	0,84**	0,89**	0,87**	1			
WG (kg)	0,85**	0,75**	0,87**	0,85**	0,85**	0,89**	0,85**	1		
WA (kg)	0,75**	0,64**	0,74**	0,71**	0,72**	0,56**	0,74**	0,72**	1	
WT (kg)	0,89**	0,85**	0,82**	0,85**	0,89**	0,99**	0,91**	0,93**	0,64**	1

Em que: dap = diâmetro a 1,30 m do solo; ht = altura total; dc = diâmetro da copa; hc = altura da copa; WR = biomassa das raízes; WF = biomassa do fuste; WC = biomassa da casca; WG = biomassa dos galhos; WA = biomassa das acículas; WT = biomassa total; \*\* = significativo a 1%.

### Ajuste independente

O dap foi a variável de maior destaque em todos os modelos ajustados devido a sua forte correlação com as variáveis dependentes (biomassa dos componentes e biomassa total). No entanto, as variáveis altura da copa (hc) e diâmetro da copa (dc) mostraram potencial para serem incluídas em trabalhos de modelagem de biomassa de *Pinus* sp., pois também apresentaram boa correlação com a biomassa dos componentes e biomassa total, e melhoraram significativamente as estatísticas de ajuste quando combinadas com a variável comumente usada (dap). A hc pode até mesmo ser substituída de ht conforme verificado para os componentes raízes e galhos.

Além da alta correlação com biomassa, a evidência de dap na modelagem é justificada pelo fato de ser uma variável preditora essencial no crescimento da floresta e modelos de produção, bem como modelos de biomassa (Dong et al., 2018), ainda, por ser uma variável facilmente acessível sem alto custo de investimento de mão-de-obra (Huong et al., 2017). Contudo, Dong et al. (2018) afirmam que para um dado *dap* grande variação ocorre entre os



valores da biomassa dos componentes e biomassa total, motivo pelo qual o uso de apenas *dap* na modelagem de biomassa não é suficiente para prever a biomassa total ou dos componentes das árvores, surgindo à inclusão de variáveis como altura e atributos da copa (por exemplo, comprimento e largura da copa). Porém, estas variáveis são mais difíceis e dispendiosas de se mensurar na prática comparativamente ao *dap* e podem adicionar incertezas às estimativas de biomassa devido a seus erros de medição (Dong et al., 2018). Assim, a inclusão destas variáveis para auxiliar nas estimativas de biomassa florestal deve ser precedida de práticas fidedignas de medição das mesmas.

Na Tabela 5 estão apresentados os coeficientes da regressão e as estatísticas de ajuste dos modelos selecionados no ajuste independente para compor o sistema de equações aditivas. De modo geral, todos os modelos considerados resultaram em estatísticas de ajuste apropriadas. O coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_{aj.}$ %) variou de 57,62% para a biomassa das acículas a 97,66% para a biomassa total. Por sua vez, o coeficiente de variação ( $CV\%$ ) variou de 14,80% para a biomassa do fuste a 43,43% para a biomassa das acículas e o erro médio em porcentagem ( $MPE\%$ ) variou de 17,48% a 42,30% para a biomassa total e biomassa da casca, respectivamente. Os melhores ajustes foram obtidos na biomassa do fuste e biomassa total com altos valores de  $R^2_{aj.}$ % (98,27% e 97,66%, respectivamente) e baixos valores de  $CV\%$  (14,80% e 14,95%, respectivamente) e  $MPE\%$  (19,01% e 17,48%, respectivamente).

Pela análise da distribuição gráfica dos resíduos em função da biomassa estimada (Figura 1) e pelo teste de White (Tabela 5), detectou-se que em todos os modelos selecionados, a hipótese de nulidade em relação à homogeneidade dos resíduos foi rejeitada para a biomassa de todos os componentes e biomassa total. Assim, foi necessário ponderar as equações selecionadas por meio da modelagem da estrutura da variância dos resíduos, seguindo os procedimentos propostos por Parresol (1999, 2001).

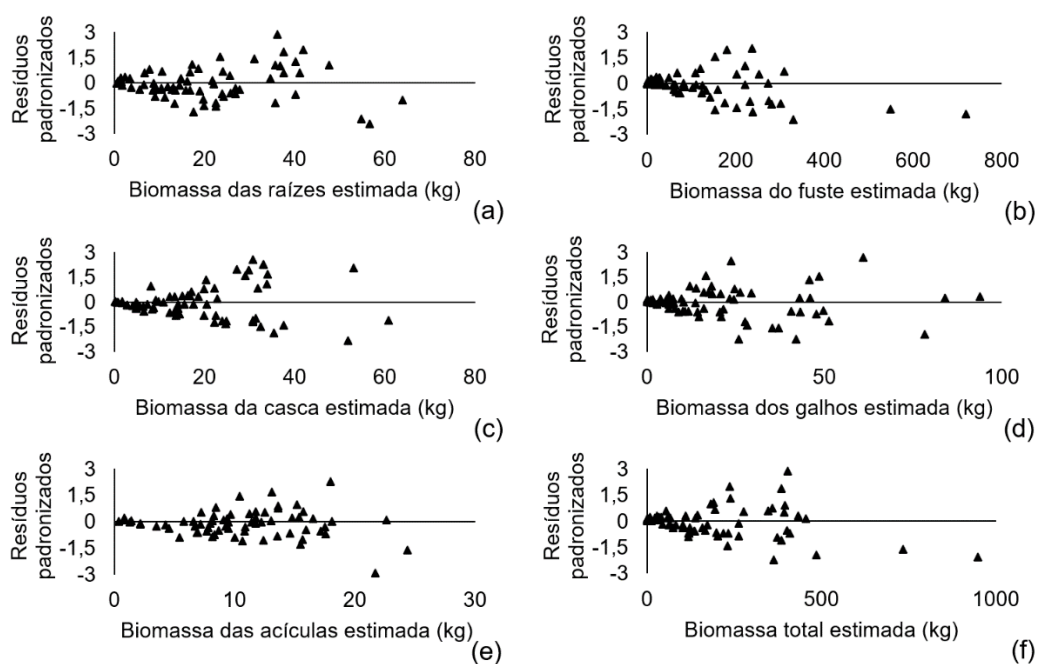
### Ajuste independente ponderado

Os coeficientes de regressão, as estatísticas de ajuste, o teste de White e as funções de pesos do ajuste independente ponderado estão apresentados na Tabela 6. Na mesma, observa-se que houve pouca alteração das estatísticas de ajuste da biomassa de todos os componentes e da biomassa total, mantendo-se praticamente semelhantes. No entanto, com a ponderação por meio da modelagem da estrutura da variância dos resíduos, pode-se resolver o problema da heteroscedasticidade dos resíduos em todos os componentes e também para o total, conforme ilustrado na Figura 2 e por meio da avaliação do teste de White (Tabela 6).

**Tabela 5.** Coeficientes de regressão e estatísticas de ajuste dos modelos alométricos selecionados no ajuste independente.

Comp.	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$R^2_{aj.}$ (%)	AIC	Syx (kg)	CV (%)	MAE (kg)	MPE (%)	White
Raízes	0,1131	1,1198	0,8460		86,81	454,10	5,82	28,27	4,25	31,74	30,14*
Fuste	0,0042	1,8766	1,5009		98,27	619,01	18,89	14,80	11,26	19,01	48,08*
Galhos	0,0099	1,7762	1,0110		88,36	489,98	7,52	33,80	4,93	33,67	18,62*
Acículas	0,1995	1,8384	-0,583		57,62	424,14	4,70	43,43	2,87	35,66	25,49*
Casca	0,0365	0,6867			81,74	466,12	6,57	37,34	4,75	42,30	46,55*
Total	0,0537	1,5940	1,0190	0,2098	97,66	690,56	29,97	14,95	19,29	17,48	55,35*

Em que: comp. = componente;  $b_0$ ,  $b_1$  e  $b_3$  = são os coeficientes de regressão; \* = significativa a 95% de probabilidade.

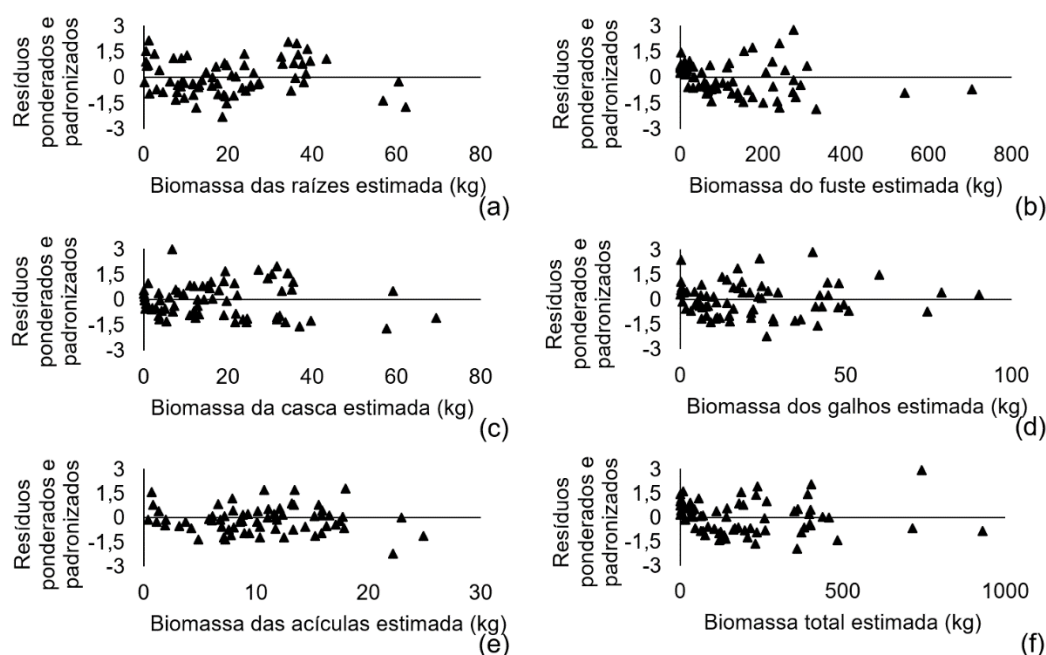


**Figura 1.** Resíduos padronizados em função da biomassa estimada (kg) no ajuste independente não ponderado: (a) biomassa das raízes; (b) biomassa do fuste; (c) biomassa da casca; (d) biomassa dos galhos; (e) biomassa das acículas; (f) biomassa total.

**Tabela 6.** Função de pesos, coeficientes de regressão, estatísticas de ajuste e teste de White obtidos no ajuste independente ponderado pela modelagem da estrutura da variância.

Funções de peso e coeficientes de regressão						
Componente	Função de pesos	$b_{i1}$	$b_{i2}$	$b_{i3}$	$b_{i4}$	
Raízes	$\sigma_{WR}^2 = dap^{2,338} hc^{0,533}$	0,064222	1,598808	0,394224		
Fuste	$\sigma_{WF}^2 = dap^{-0,076} ht^{2,848}$	0,005337	1,918488	1,378173		
Galhos	$\sigma_{WG}^2 = dap^{1,825} hc^{1,709}$	0,015650	1,607022	1,053044		
Acículas	$\sigma_{WA}^2 = dap^{3,537} ht^{-1,687}$	0,180544	1,705890	-0,404030		
Casca	$\sigma_{WC}^2 = (dap^2 ht)^{1,231}$	0,012954	0,794932			
Total	$\sigma_{WT}^2 = dap^{-1,168} ht^{2,947} dc^{1,117}$	0,077860	1,445100	1,019920	0,290055	
Estatísticas de ajuste						
	$R^2_{aj.(\%)}$	Syx (kg)	CV (%)	MAE (kg)	MPE (%)	White
Raízes	85,71	6,06	30,08	4,10	27,26	9,47 <sup>ns</sup>
Fuste	98,21	19,22	15,40	11,22	17,59	29,64 <sup>ns</sup>
Galhos	88,14	7,59	34,88	5,08	34,17	7,57 <sup>ns</sup>
Acículas	57,25	4,72	44,58	2,83	33,46	4,12 <sup>ns</sup>
Casca	80,54	6,83	39,40	4,69	28,52	8,67 <sup>ns</sup>
Total	97,70	30,38	15,60	18,75	16,11	18,54 <sup>ns</sup>

Em que: ns = não significante;  $b_{i1}$ ,  $b_{i2}$  e  $b_{i3}$  são os coeficientes de regressão;  $i = 1, 2, 3, 4$  e  $5$ .



**Figura 2.** Resíduos ponderados e padronizados em função da biomassa estimada (kg) no ajuste independente ponderado: (a) biomassa das raízes; (b) biomassa do fuste; (c) biomassa da casca; (d) biomassa dos galhos; (e) biomassa das acículas; (f) biomassa total.

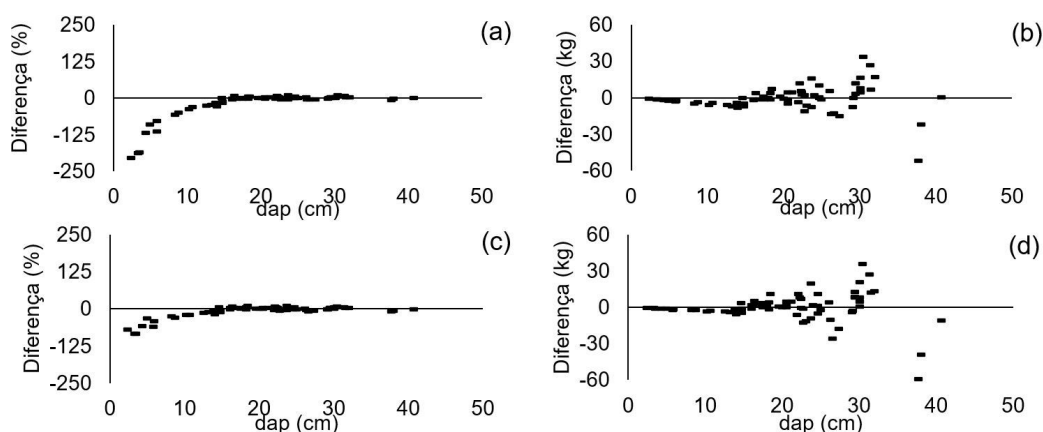
## Avaliação da aditividade dos componentes

### Ao nível da árvore individual

Embora tenha se conseguido resolver o problema de heteroscedasticidade com a modelagem independente ponderada, persistiu ainda a falta de consistência biológica das estimativas, ou seja, o somatório das estimativas da biomassa dos componentes não corresponde à estimativa da biomassa total:  $\hat{y}_{total} - (\hat{y}_{raízes} + \hat{y}_{fuste} + \hat{y}_{casca} + \hat{y}_{galhos} + \hat{y}_{acículas}) \neq 0$ .

Na Figura 3 é ilustrado a diferença (em % e kg) entre a biomassa total estimativa por meio da equação independente e a biomassa total obtida por meio do somatório das estimativas da biomassa dos componentes na modelagem independente não ponderada e ponderada em função do diâmetro a 1,30 m do solo. A mesma revela que a falta de aditividade das equações independentes foi maior e tendenciosa (valores apenas negativos) nas menores árvores, tanto para o ajuste independente não ponderado e ponderado. Contudo, com a ponderação, a não aditividade baixou consideravelmente nas menores árvores. A maior falta de aditividade foi observada no ajuste independente não ponderado (-204,54% para a menor árvore com *dap* de 1,91 cm), sendo que no ajuste independente ponderado a maior falta de aditividade foi de apenas -83,79% para uma árvore com *dap* de 3,02 cm.

Foram encontradas diferenças (% e kg) consideravelmente altas, reforçando deste modo à necessidade de se aplicar os procedimentos de ajuste por sistema de equações (ajuste simultâneo), com objetivo de compatibilizar as estimativas da biomassa das componentes à estimativa da biomassa total.



**Figura 3.** Não aditividade (% e kg) da biomassa total estimada por meio do ajuste independente não ponderado (a e b) e ajuste independente ponderado (c e d) em função do *dap*.

### Ao nível da parcela

Antes da avaliação da falta de aditividade ao nível da parcela e a respectiva extrapolação para hectare, é apresentado os resultados do ajuste dos modelos para a estimativa do diâmetro da copa (*dc*), altura da copa (*hc*) e altura total (*ht*). Na Tabela 7 estão os coeficientes de regressão dos modelos ajustados, na Tabela 8 as estatísticas de ajuste e na Figura 4 a dispersão gráfica dos melhores modelos selecionados para cada variável. As melhores equações para a estimativa de *dc*, *hc* e *ht* foram:

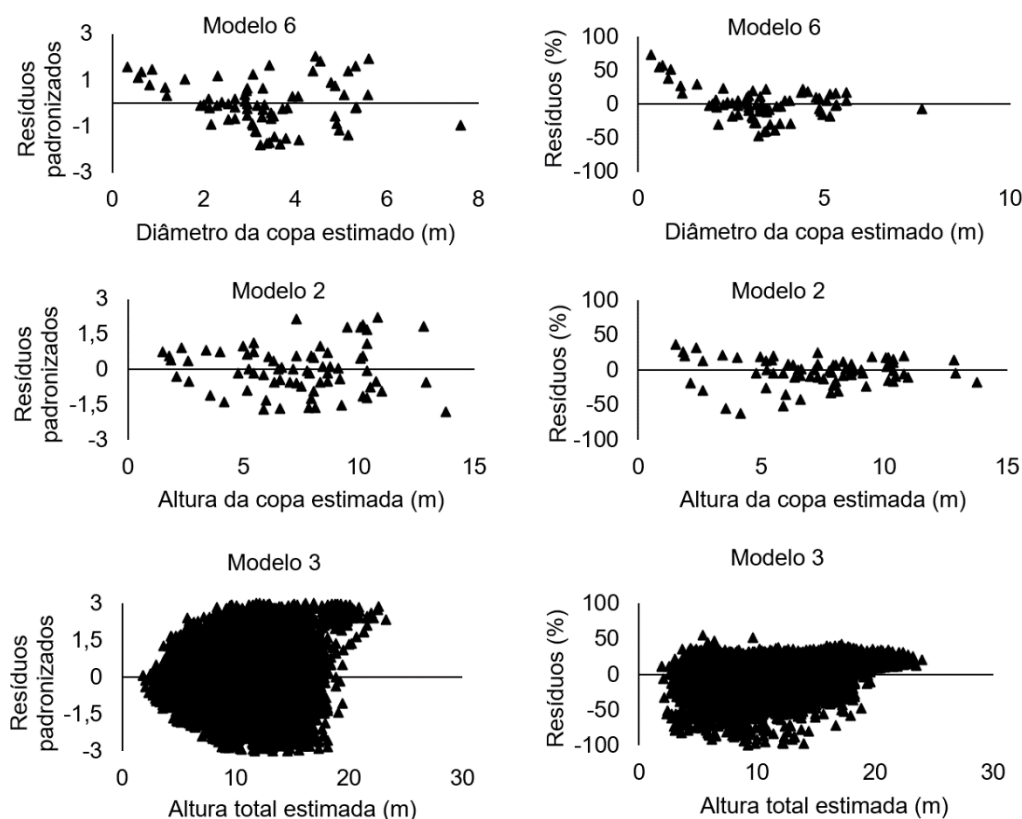
$dc = 0,220 \left(\frac{1}{d}\right)^{-1,398} ht^{-0,564}$  derivada do ajuste do modelo 6;  $hc = 0,902 + 0,320 d$  derivada do ajuste do modelo 2 e  $\ln(ht) = 1,324 + 0,532 \ln(d) - 3,199 \frac{1}{d}$  derivado do ajuste do modelo 3.

**Tabela 7.** Coeficientes de regressão para a estimativa do diâmetro da copa (*dc*), altura da copa (*hc*) e altura total (*ht*) de *Pinus* spp. no Sul do Paraná.

Diâmetro da copa						
Modelo	1	2	3	4	5	6
<i>b</i> <sub>0</sub>	0,215	0,522	1,373	0,111	0,361	0,220
<i>b</i> <sub>1</sub>	0,914	0,141	0,031	1,802	0,258	-1,398
<i>b</i> <sub>2</sub>			0,003	-0,751		-0,564
Altura da copa						
<i>b</i> <sub>0</sub>	0,517	0,902	1,251	0,551	0,673	0,783
<i>b</i> <sub>1</sub>	0,886	0,320	0,275	0,789	0,276	-0,554
<i>b</i> <sub>2</sub>			0,001	0,084		0,213
Altura total						
<i>b</i> <sub>0</sub>	1,153	3,282	1,324	0,091	2,792	3,361
<i>b</i> <sub>1</sub>	0,081	-5,150	0,532	0,781	-7,792	0,287
<i>b</i> <sub>2</sub>	-0,001	-3,966	-3,199			0,006

**Tabela 8.** Estatísticas de ajuste obtidas na estimativa do diâmetro da copa (dc), altura da copa (hc), e altura total (ht) de *Pinus* spp. no Sul do Paraná.

Diâmetro da copa						
Modelo	1	2	3	4	5	6
R <sup>2</sup> <sub>aj.</sub> (%)	73,80	75,50	79,30	83,10	65,10	82,80
S <sub>yx</sub> (m)	0,73	0,71	0,66	0,59	0,85	0,60
CV (%)	21,86	21,09	19,56	17,67	25,24	17,85
MAE (m)	0,59	0,55	0,49	0,48	0,66	0,47
MPE (m)	0,25	0,23	0,21	0,20	0,28	0,20
Altura da copa						
Modelo	1	2	3	4	5	6
R <sup>2</sup> <sub>aj.</sub> (%)	84,70	85,40	85,50	84,90	84,10	82,70
S <sub>yx</sub> (m)	1,20	1,17	1,17	1,20	1,22	1,28
CV (%)	16,32	15,98	16,02	16,36	16,67	17,49
MAE (m)	0,96	0,93	0,93	0,94	0,96	0,96
MPE (%)	0,19	0,18	0,18	0,18	0,19	0,19
Altura total						
R <sup>2</sup> <sub>aj.</sub> (%)	58,21	77,97	80,09	62,14	48,55	63,42
S <sub>yx</sub> (m)	2,20	1,60	1,52	2,10	2,44	2,06
CV (%)	21,03	15,27	14,52	20,02	23,33	19,67
MAE (m)	1,53	1,15	1,11	1,53	1,79	1,53
MPE (%)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00



**Figura 4.** Dispersão dos resíduos (padronizados e %) em função do diâmetro da copa (dc), altura da copa (hc) e altura total (ht) estimada para *Pinus* spp. no Sul do Paraná.

Na Tabela 9, estão apresentados os valores estimados de biomassa por hectare para raízes, fuste, casca, galhos, acículas e total e a não aditividade dos componentes (em t.ha<sup>-1</sup> e %) em três (3) classes de idade. Na mesma, em termos absolutos observa-se o acúmulo maior de biomassa ao longo dos anos em todos os componentes.

**Tabela 9.** Biomassa por hectare nos diferentes componentes das árvores de *Pinus* spp. e a respectiva falta de aditividade.

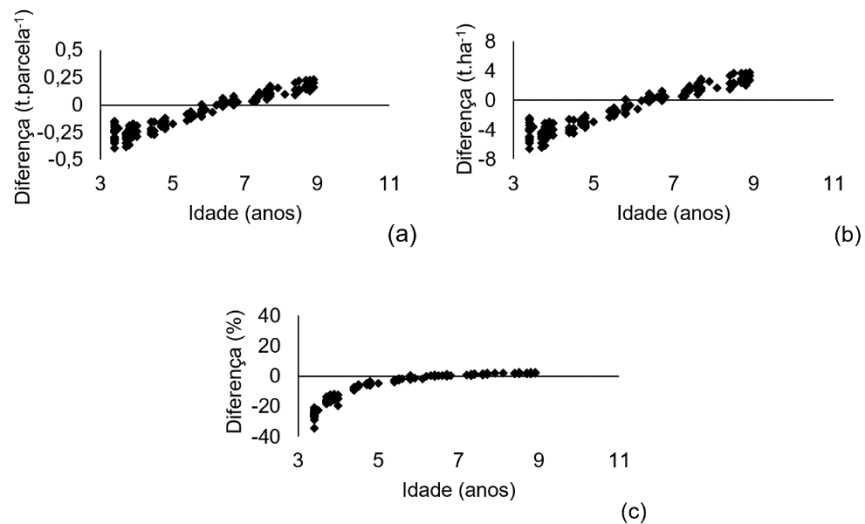
Idade (anos)	Biomassa (t.ha <sup>-1</sup> )						NA		
	Raízes	Fuste	Casca	Galhos	Acículas	WTE	WTC	t.ha <sup>-1</sup>	%
[3,4 - 5,2]	8,61	12,3	4,13	6,18	7,9	35,1	39,1	-4,04	-11,5
]5,2 a 7]	16,58	40,1	9,76	14,35	11,94	92,2	92,74	-0,51	-0,55
>7	19,5	63,5	12,97	18,33	12,45	129	126,7	2,18	1,69

Em que: *WTE* = biomassa total estimada; *WTC* = Biomassa obtida pela soma dos componentes; NA = não aditividade.

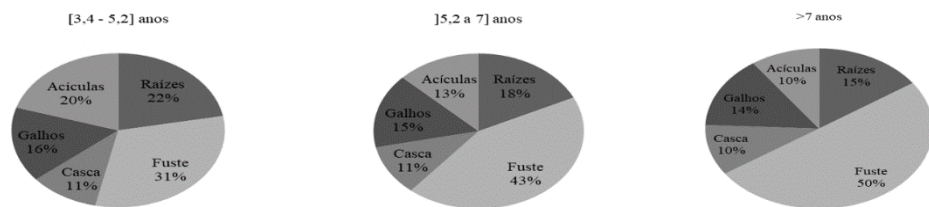
Proporcionalmente a biomassa total estimada (WTE) em todo o período de avaliação, a biomassa do fuste foi a mais expressiva representando cerca de 45% da biomassa total estimada. Outro fato marcante e interessante é a importância das raízes na biomassa total estimada, expressando aproximadamente 17%, a segunda maior participação. Esta sequência, embora com resultados ligeiramente superiores aos encontrados neste estudo, foi também observada por Balbinot et al. (2008) que constatou que os componentes fuste e raízes representavam 67 e 19% da biomassa total estimada de *Pinus* sp., respectivamente (prognoses feitas com o simulador SISPINUS até 20 anos). Isso demonstra a relevância do componente raízes que é frequentemente ignorado em estudos visando estimar a biomassa e/ou carbono fixo, impactando também na geração de estimativas fidedignas de créditos de carbono comercializáveis em um determinado ecossistema florestal.

Para a biomassa total estimada em cada classe de idade, os valores obtidos neste estudo (35,1 t.ha<sup>-1</sup>, 92,2 t.ha<sup>-1</sup> e 129 t.ha<sup>-1</sup>) são inferiores aos encontrados por Balbinot et al. (2008) nas três classes por eles consideradas. Para estes autores, a primeira classe correspondente a povoamentos com idades inferiores a 5 anos (<5 anos), a biomassa total estimada foi de 56,93 t.ha<sup>-1</sup>, a segunda classe pertencente a povoamentos dos 5 aos 15 anos (5-15 anos), estimaram a biomassa total em 167,91 t.ha<sup>-1</sup> e finalmente para a classe dos povoamentos com idades superiores a 15 anos (>15 anos) a biomassa total estimada foi de 228,41 t.ha<sup>-1</sup>. Além da diferença de idades, fatores como condições do sítio, densidade dos povoamentos, tratamentos silviculturais aplicados, entre outros, podem justificar a discrepância nos resultados obtidos.

No que concerne a não aditividade, conforme Tabela 9 e Figura 5, verifica-se que a maior falta de aditividade é encontrada nas idades mais jovens, decrescendo consideravelmente ao longo do tempo. Comportamento similar ao verificado na avaliação da falta de aditividade ao nível da árvore individual. Esta redução da falta de aditividade ao longo do tempo é justificada pelo fato de contrariamente a biomassa do fuste, com o tempo há uma redução da contribuição dos demais componentes na biomassa total. Conforme ilustrado na Figura 6, promocionalmente a biomassa total estimada em cada classe de idade, a biomassa do fuste tende a ser mais expressiva ao longo do tempo (31%, 43% e 50%, na I, II e III classe, respectivamente) e um cenário inverso é observado para o restante dos componentes.



**Figura 5.** Não aditividade da biomassa total por parcela (a), por hectare (b) e em porcentagem (c).



**Figura 6.** Proporção da biomassa dos componentes em relação à biomassa total estimada em cada classe de idade.

Ademais, considerando uma análise da aditividade por hectare em cada classe de idade, constatou-se que na classe de idade de [3,4 - 5,2] anos, a cada 8,67 ha de processamento dos dados, a não aditividade corresponde a um estoque de biomassa total de 1 ha. Por outro lado, na classe de idade de ]5,2 a 7] anos onde a falta de aditividade baixou consideravelmente, a não aditividade correspondente ao estoque de biomassa total de 1 ha é alcançada mensurados 181,58 ha. Por último, na classe de idade >7 anos, a cada 59,05 ha de dados processados a não aditividade equivale ao estoque de biomassa total de 1 ha.

### Ajuste por sistema de equações

Na Tabela 10, estão apresentados os coeficientes de regressão e o teste de White para avaliação do pressuposto da homogeneidade da variância dos resíduos do *NSUR* e *WNSUR*. Conforme teste de White e também pela análise da distribuição gráfica dos resíduos em função dos valores estimados em *kg* (Figura 7), assim como observado no ajuste independente não ponderado, no ajuste simultâneo sem ponderação a hipótese da nulidade em relação à homogeneidade da variância dos resíduos também foi rejeitada, sendo que também houve a necessidade de ponderar as equações por meio da modelagem da estrutura da variância (derivação de pesos). Por meio da ponderação por meio da aplicação dos pesos, foi evidenciado a correção da heteroscedasticidade dos resíduos em todos os componentes e para a biomassa total, conforme indicado pelo teste de White (Tabela 10) e também por meio da análise gráfica dos resíduos (Figura 7).

O problema da heteroscedasticidade é relatado por vários autores, dentre eles, Parresol (1999, 2001); Nickless et al. (2011); Magalhães & Seifert (2015); Behling (2016); Behling et al. (2018); Dong et al. (2018). Segundo Behling (2016), é natural esperar que a variabilidade da biomassa das árvores de diâmetros menores seja menor do que a variabilidade da biomassa das árvores de diâmetros maiores, causando a variância inconstante nos resíduos das equações de biomassa. Existem várias formas para detectar a heteroscedasticidade, das quais

se destacam: analisar graficamente o comportamento dos resíduos em função de  $X_i$  ou  $Y_i$  para verificar se ocorre algum padrão sistemático na distribuição dos resíduos, o que sugere a heteroscedasticidade dos erros; aplicar testes estatísticos, como, por exemplo, o teste de White (1980), (Behling, 2016). Neste estudo optou-se por aplicar os dois procedimentos (análise gráfica dos resíduos e teste de White) com vista a ter mais de um critério de verificação da existência ou não de heteroscedasticidade.

O problema de heteroscedasticidade dos resíduos pode ter consequências adversas para a eficiência dos estimadores de mínimos quadrados (Lin & Wei, 2003) dado que, embora não viesados, os mesmos são ineficientes, e as estimativas das variâncias são viesadas, invalidando, por consequência, os testes de significância (Behling, 2016). Os erros padrão dessas estimativas estarão incorretos, levando a inferências incorretas (Gelfand, 2015). Segundo Trautenmüller (2019), a aplicação de pesos simples às variáveis independentes pode corrigir a heteroscedasticidade, mas pode não conter a variação da variável dependente, pelo que, uma forma mais eficiente de corrigir a problemática de heteroscedasticidade é aplicar a ponderação por meio da modelagem da estrutura de variância seguindo os procedimentos recomendados por Parresol (1999, 2001).

**Tabela 10.** Coeficientes de regressão e teste de White para o ajuste simultâneo não ponderado (*NSUR*) e com ponderação (*WNSUR*).

Componente	$b_{i1}$	$b_{i2}$	$b_{i3}$	White
<b>Ajuste simultâneo não ponderado</b>				
Raízes	0,105475	1,132059	0,858401	31,14*
Fuste	0,004347	1,832636	1,536501	48,63*
Galhos	0,006609	1,824272	1,112095	18,86*
Acículas	0,225575	1,688812	-0,460910	25,44*
Casca	0,030353	0,705604		46,40*
Total				65,01ns
<b>Ajuste simultâneo ponderado</b>				
Raízes	0,057935	1,677936	0,323177	10,83 <sup>ns</sup>
Fuste	0,005351	1,893824	1,402527	29,32 <sup>ns</sup>
Galhos	0,002496	1,854264	1,511119	7,93 <sup>ns</sup>
Acículas	0,151072	1,811048	-0,459150	4,02 <sup>ns</sup>
Casca	0,042304	0,665539		3,18 <sup>ns</sup>
Total				62,40 <sup>ns</sup>

em que: \* = significante a 95% e ns = não significante a 95%;  $b_{i1}$ ,  $b_{i2}$  e  $b_{i3}$  são os coeficientes de regressão;  $i = 1, 2, 3, 4$  e 5.

Em relação ao ajuste, os resultados apresentados na Tabela 11 indicam que o ajuste simultâneo sem ponderação e simultâneo ponderado proporcionaram estatísticas de ajuste apropriadas para todos os componentes. Contudo, à semelhança do observado no ajuste independente (não ponderado e ponderado), demonstram ajustes relativamente fracos para a biomassa das acículas apontados pelos baixos valores de  $R^2_{aj}$  % (58,45% e 58,08%) e altos valores de  $S_{yx}$  % (43,95% e 44,15%) para o ajuste simultâneo sem e com ponderação, respectivamente. Esta situação foi também observada por Cole & Ewel (2006) para *Cedrela odorata*, *Cordia alliodora*, *Hyeronima alchorneoides* e *Euterpe oleracea*; Magalhães & Seifert (2015) para *Androstachys johnsonii*; Dong et al. (2014) para *Picea koraiensis*, *Pinus koraiensis* e *Larix gmelinii*; Dong et al. (2018) para *Larix gmelini* e *Betula platyphylla*; Oliveira et al. (2018) para *Araucaria angustifolia*; Sanquetta et al. (2015) para *Pinus elliotii*.



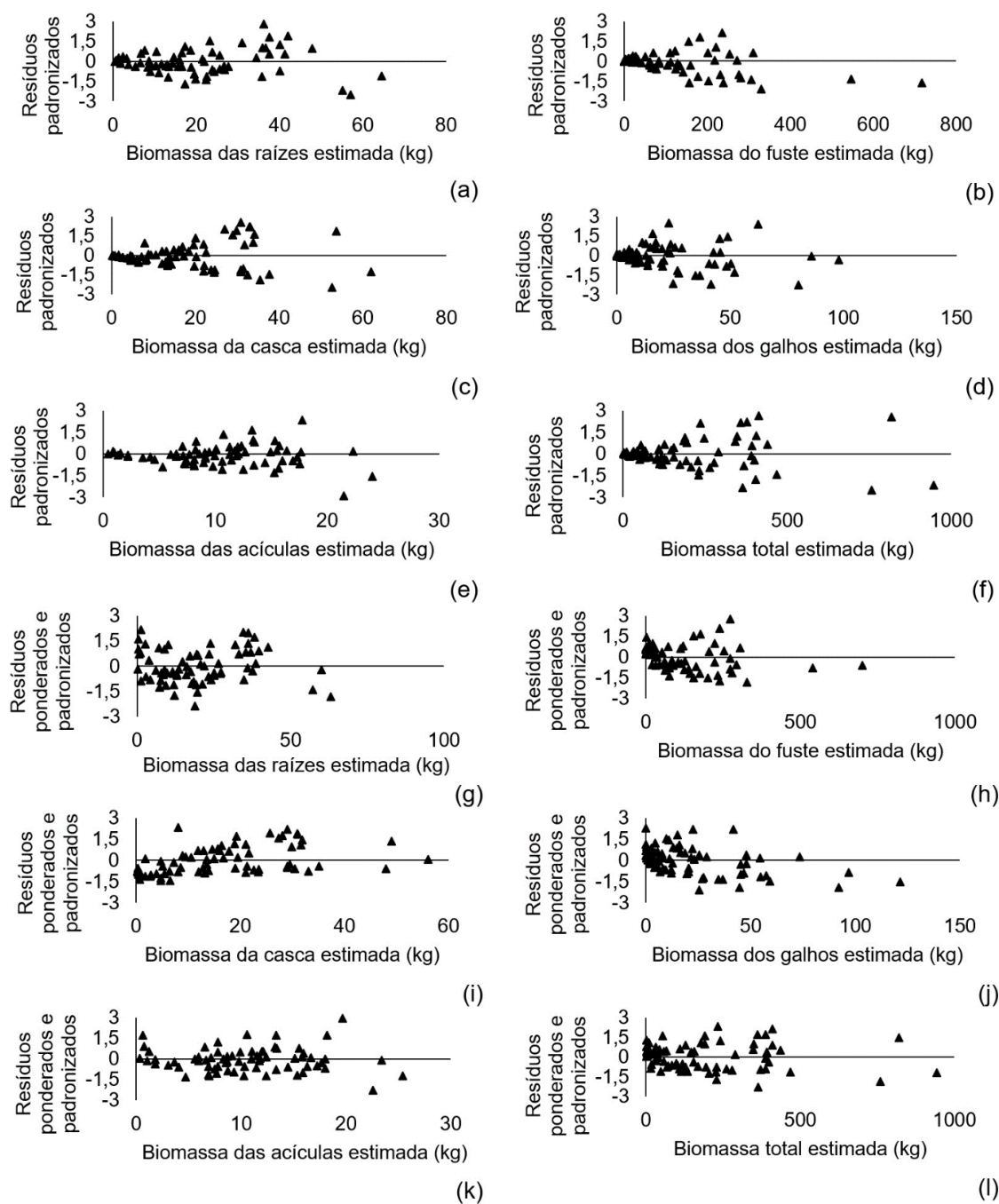
Cole e Ewel (2006) afirmam que as fracas estatísticas de ajuste encontradas nas estimativas do componente folhagem não devem constituir uma surpresa, dado que a capacidade de estimar a biomassa de grandes componentes lenhosos, como os fustes, tende a ser mais forte do que a de estimar componentes menores e de vida mais curta, como as folhas. A biomassa de folhas é naturalmente mais variável em relação aos demais componentes da biomassa (Sanquetta et al., 2015) visto que, a folhagem é mais suscetível a intempéries, herbívoros e competição entre plantas (Cole & Ewel, 2006). De acordo com Oliveira et al. (2018), a baixa previsibilidade da biomassa para copa das árvores pode estar associada a densidade de plantio, idade, sítio, geometria da copa entre outros fatores que influenciaram na variabilidade de crescimento entre os indivíduos. Tratando-se neste estudo de espécies oriundas de plantações florestais, é provável que a competição intraespecífica tenha influenciado a geometria da copa e, portanto, a heterogeneidade da biomassa foliar de árvore para árvore conforme sustenta Cole & Ewel (2006).

### Análise comparativa: Ajuste independente e Ajuste simultâneo

Nos dois procedimentos (ajuste independente e ajuste simultâneo) sem ponderação, observa-se a problemática de heteroscedasticidade dos resíduos. Com a ponderação (ajuste independente ponderado e ajuste simultâneo ponderado) por meio da modelagem da estrutura de variância foi possível alcançar a homogeneidade dos resíduos. Embora os coeficientes de regressão da modelagem independente e da modelagem simultânea sejam numericamente diferentes, em termos das estatísticas de avaliação da qualidade de ajuste, observa-se pouca alteração dos valores das mesmas. Esta situação foi observada por Behling et al. (2012) para *Acacia mearnsii*; Sanquetta et al. (2015) para *Pinus elliottii*; Coutinho et al. (2017) para *Cryptomeria japonica*; Behling et al. (2018) para *Acacia mearnsii*; Oliveira et al. (2018) para *Araucaria angustifolia*. No entanto, contrariamente ao ajuste independente (sem e com ponderação), o ajuste simultâneo (sem e com ponderação) foi possível obter consistência biológica nas estimativas ao garantir que a soma das estimativas da biomassa dos componentes corresponda à estimativa da biomassa total.

**Tabela 11.** Estatísticas de ajuste obtidas do ajuste simultâneo não ponderado (NSUR) e ajuste simultâneo ponderado (WNSUR).

Componente	R <sup>2</sup> <sub>ai</sub> (%)	Syx	CV (%)	MAE (kg)	MPE (%)	Função de pesos
<b>Ajuste simultâneo não ponderado (NSUR)</b>						
Raízes	87,09	5,76	28,59	4,22	31,06	
Fuste	98,31	18,71	14,98	11,34	19,12	
Galhos	88,45	7,49	34,42	4,97	33,13	
Acículas	58,45	4,65	43,95	2,87	35,73	
Casca	81,97	6,53	37,65	4,71	38,43	
Total	97,76	29,33	15,07	19,06	12,07	
<b>Ajuste simultâneo ponderado (WNSUR)</b>						
Raízes	85,64	6,07	30,15	4,08	26,58	$\sigma_{WR}^2 = dap^{2,338} hc^{0,533}$
Fuste	98,24	19,05	15,26	11,08	17,65	$\sigma_{WF}^2 = dap^{-0,076} ht^{2,848}$
Galhos	83,64	8,91	40,98	5,97	37,08	$\sigma_{WG}^2 = dap^{1,825} hc^{1,709}$
Acículas	58,08	4,67	44,15	2,83	32,65	$\sigma_{WA}^2 = dap^{3,537} ht^{-1,687}$
Casca	81,20	6,66	38,44	4,69	42,53	$\sigma_{WC}^2 = (dap^2 ht)^{1,231}$
Total	97,88	28,53	14,66	18,62	13,24	$\sigma_{WT}^2 = dap^{-1,168} ht^{2,947} dc^{1,117}$



**Figura 7:** Resíduos em função da biomassa estimada pelo ajuste simultâneo não ponderado (*NSUR*): (a) biomassa das raízes, (b) biomassa do fuste, (c) biomassa da casca, (d) biomassa dos galhos, (e) biomassa das acículas; (f) biomassa total e pelo ajuste simultâneo ponderado (*WNSUR*): (g) biomassa radicular, (h) biomassa do fuste, (i) biomassa da casca, (j) biomassa dos galhos, (k) biomassa das acículas e (l) biomassa total.

Na Tabela 12 estão apresentadas as Diferenças (%) das estatísticas de ajustamento dos dois procedimentos de modelagem em que foi aplicada a ponderação por meio da modelagem da estrutura da variância para corrigir a heteroscedasticidade. Na mesma verifica-se que o ajuste simultâneo ponderado melhorou ligeiramente as estatísticas de qualidade de ajuste em quase todos os componentes e para o total, exceto a biomassa dos galhos em que se denota uma queda considerável das estatísticas de ajuste deste componente.

**Tabela 12.** Comparação do ajuste simultâneo ponderado e ajuste independente ponderado quanto ao comportamento das estatísticas de ajuste.

Componente	Estatísticas	Ajuste simultâneo ponderado	Ajuste independente ponderado	Diferenças (%)
Raízes	R <sup>2</sup> <sub>aj.</sub> (%)	85,64	85,71	-0,07
	Syx (kg)	6,07	6,06	-0,16
	CV (%)	30,15	30,08	-0,07
	MAE (kg)	4,08	4,10	0,49
Fuste	R <sup>2</sup> <sub>aj.</sub> (%)	98,24	98,21	0,03
	Syx (kg)	19,05	19,22	0,88
	CV (%)	15,26	15,40	0,14
	MAE (kg)	11,08	11,22	1,25
Galhos	R <sup>2</sup> <sub>aj.</sub> (%)	83,64	88,14	-4,50
	Syx (kg)	8,91	7,59	-14,81
	CV (%)	40,98	34,88	-6,10
	MAE (kg)	5,97	5,08	-14,91
Acículas	R <sup>2</sup> <sub>aj.</sub> (%)	58,08	57,25	0,83
	Syx (kg)	4,67	4,72	1,06
	CV (%)	44,15	44,58	0,43
	MAE (kg)	2,83	2,83	0,00
Casca	R <sup>2</sup> <sub>aj.</sub> (%)	81,2	80,54	0,66
	Syx (kg)	6,66	6,83	2,49
	CV (%)	38,44	39,4	0,96
	MAE (kg)	4,69	4,69	0,00
Total	R <sup>2</sup> <sub>aj.</sub> (%)	97,88	97,70	0,18
	Syx (kg)	28,53	30,38	6,09
	CV (%)	14,66	15,6	0,94
	MAE (kg)	18,62	18,75	0,69

## CONCLUSÕES

As variáveis altura da copa (*hc*) e diâmetro da copa (*dc*) mostraram potencial para serem incluídas em trabalhos de modelagem de biomassa de *Pinus* spp. pela sua alta correlação com a biomassa dos componentes e biomassa total e por terem melhorado as estatísticas de ajuste quando combinadas com a variável comumente usada (*dap*) em processo de modelagem de biomassa florestal.

As equações obtidas por meio do ajuste independente dos modelos alométricos não são aditivas, ou seja, não possuem consistência biológica, gerando distorções entre a estimativa de biomassa total obtida pelo somatório das estimativas das equações individuais de cada componente e da equação total. Por outro lado, as equações obtidas de forma simultânea são biologicamente consistentes garantindo que o somatório das estimativas da biomassa dos componentes corresponda à estimativa da biomassa total.

Comparativamente ao ajuste independente, observa-se pouca alteração das estatísticas de avaliação da qualidade de ajuste com aplicação dos procedimentos da modelagem simultânea, mantendo-se praticamente similares. No entanto, avaliando a magnitude da falta

de aditividade por parcela e/ou por hectare, percebe-se que o ajuste independente gera estimativas errôneas. Por conseguinte, o ajuste simultâneo é o procedimento recomendado para a modelagem de biomassa.

## REFERÊNCIAS

- Associação Paranaense de Empresas de Base Floresta – APRE. (2018). *Estudo setorial 2017-18*. Curitiba.
- Balbinot, R., Valério, Á. F., Sanquetta, C. R., Caldeira, M. V. W., & Silvestre, R. (2008). Estoque de carbono em plantações de *Pinus* spp. em diferentes idades no sul do estado do Paraná. *Floresta*, 38(2), 317-324. <http://dx.doi.org/10.5380/ufpr.v38i2.11626>.
- Behling, A. (2016). *Modelagem da biomassa de árvores para assegurar aditividade dos seus componentes* (Tese de doutorado). Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- Behling, A., Péllico Netto, S., Sanquetta, C. R., Corte, A. P. D., Affleck, D. L. R., Rodrigues, A. L., & Behling, M. (2018). Critical analyses when modeling tree biomass to ensure additivity of its components. *Anais da Academia Brasileira de Ciências*, 90(2), 1759-1774. PMID:29791562. <http://dx.doi.org/10.1590/0001-3765201820170684>.
- Behling, A., Sanquetta, C. R., Corte, A., Simon, A. A., & Nunes, G. S. (2012). Equações simultâneas para estimativa da biomassa em plantios comerciais de acácia-negra. *Enciclopédia Biosfera*, 8(15), 853-860.
- Brown, S. (2002). Measuring carbon in forests: current status and future challenges. *Environmental Pollution*, 116(3), 363-372. PMID:11822714. [http://dx.doi.org/10.1016/S0269-7491\(01\)00212-3](http://dx.doi.org/10.1016/S0269-7491(01)00212-3).
- Caldeira, M. V. W., Soares, R. V., Marques, R., & Wisniewski, C. (2003). Biomassa e nutrientes em *Myrsine ferruginea* (Ruiz & Pav.) Mez e *Myrsine umbellata* Mart. *Floresta*, 33(3), 265-273. <http://dx.doi.org/10.5380/ufpr.v33i3.2257>.
- Caldeira, M. V. W., Watzlawick, L. F., Viera, M., Balbinot, R., & Castro, K. C. (2015). Biomassa e carbono orgânico em povoamentos de *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze. *Ciência Florestal*, 25(4), 1027-1034. <http://dx.doi.org/10.5902/1980509820664>.
- Chiyenda, S. S., & Kozak, A. (1984). Additivity of component biomass regression equations when the underlying model is linear. *Canadian Journal of Forest Research*, 14(3), 441-446. <http://dx.doi.org/10.1139/x84-078>.
- Cole, T. G., & Ewel, J. J. (2006). Allometric equations for four valuable tropical tree species. *Forest Ecology and Management*, 229(1-3), 351-360. <http://dx.doi.org/10.1016/j.foreco.2006.04.017>.
- Coutinho, V. M., Sanquetta, C. R., Sanquetta, M. N. I., Rodrigues, A. L., & Corte, A. P. D. (2017). Equações tradicionais e simultâneas para biomassa de compartimentos aéreos de *Cryptomeria japonica* (L) D. Don. *Revista Brasileira de Biometria*, 35(1), 58-75.
- Cunia, T., & Briggs, R. D. (1984). Forcing additivity of biomass tables: some empirical results. *Canadian Journal of Forest Research*, 14(3), 376-384. <http://dx.doi.org/10.1139/x84-067>.
- Dong, L., Zhang, L., & Li, F. (2014). A compatible system of biomass equations for three conifer species in Northeast, China. *Forest Ecology and Management*, 329, 306-317. <http://dx.doi.org/10.1016/j.foreco.2014.05.050>.
- Dong, L., Zhang, L., & Li, F. (2015). Developing additive systems of biomass equations for nine hardwood species in Northeast China. *Trees (Berlin)*, 29(4), 1149-1163. <http://dx.doi.org/10.1007/s00468-015-1196-1>.
- Dong, L., Zhang, L., & Li, F. (2018). Additive biomass equations based on different dendrometric variables for two dominant species (*Larix gmelini* Rupr. and *Betula platyphylla* Suk.) in Natural Forests in the Eastern Daxing'an Mountains, Northeast China. *Forests*, 9(5), 261. <http://dx.doi.org/10.3390/f9050261>.
- Gelfand, S. J. (2015). *Understanding the impact of heteroscedasticity on the predictive ability of modern regression methods* (Master dissertation). Department of Statistical and Actuarial Science, Faculty of Science, University of Calgary, Calgary.
- Higuchi, N., Santos, J., & Lima, A. J. N. (2008). *Biometria florestal* (141 p.). Manaus: Instituto Nacional de Pesquisas da Amazônia.
- Huong, D. T. T., Thu, D. H., Quang, T. M., Manh, N. H., Xuan, B. T. T., & Dung, N. T. (2017). Allometric relations between biomass and diameter at breast height and height of tree in natural forests at Me Linh Station for Biodiversity, Vinh Phuc Province, Vietnam. *Journal of Vietnamese Environment*, 9(5), 264-271.

- Indústria Brasileira de Árvores – IBÁ. (2017). *Relatório 2017*. São Paulo.
- Intergovernmental Panel on Climate Change – IPCC. (2001). *Climate Change 2001: The Scientific Basis. Contribution of Working Group I to the Third Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*. New York: Cambridge University Press.
- Kozak, A. (1970). Methods for ensuring additivity of biomass components by regression analysis. *Forestry Chronicle*, 46(5), 402-405. <http://dx.doi.org/10.5558/tfc46402-5>.
- Lin, J. G., & Wei, B. C. (2003). Testing for heteroscedasticity in nonlinear regression models. *Communications in Statistics. Theory and Methods*, 32(1), 171-192. <http://dx.doi.org/10.1081/STA-120017806>.
- Magalhães, T. M., & Seifert, T. (2015). Biomass modelling of *Androstachys johnsonii* Prain: a comparison of three methods to enforce additivity. *International Journal of Forestry Research*, 2015, 1-17. <http://dx.doi.org/10.1155/2015/878402>.
- Nickless, A., Scholes, R. J., & Archibald, S. (2011). A method for calculating the variance and confidence intervals for tree biomass estimates obtained from allometric equations. *South African Journal of Science*, 107(5-6), 86-95. <http://dx.doi.org/10.4102/sajs.v107i5/6.356>.
- Oliveira, T. W. G., Lima, E. M., Sanquetta, C. R., & Dalla Corte, A. P. (2018). ajuste simultâneo na predição de biomassa aérea em *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze. *BIOFIX Scientific Journal*, 1(1), 137-144. <http://dx.doi.org/10.5380/biofix.v3i1.58119>.
- Otto, H. J. (1994). *Waldökologie*. Stuttgart: Ulmer, 391p.
- Parresol, B. R. (1999). Assessing tree and stand biomass: a review with examples and critical comparisons. *Forest Science*, 45(4), 573-593.
- Parresol, B. R. (2001). Additivity of nonlinear biomass equations. *Canadian Journal of Forest Research*, 31(5), 865-878. <http://dx.doi.org/10.1139/x00-202>.
- Reed, D., & Green, E. J. (1985). A method of forcing additivity of biomass tables when using nonlinear models. *Canadian Journal of Forest Research*, 15(6), 1184-1187. <http://dx.doi.org/10.1139/x85-193>.
- Sanquetta, C. R., Balbinot, R., & Ziliotto, M. A. B. (2004). *Fixação de Carbono: atualidades, projetos e pesquisas*. Curitiba: UFPR/Ecoplan.
- Sanquetta, C. R., Behling, A., Corte, A. P. D., Péllico Netto, S., Schikowski, A. B., & Amaral, M. K. (2015). Simultaneous estimation as alternative to independent modeling of tree biomass. *Annals of Forest Science*, 72(8), 1099-1112. <http://dx.doi.org/10.1007/s13595-015-0497-2>.
- Schikowski, A. B., Corte, A. P. D., & Sanquetta, C. R. (2013). Modelagem do crescimento e de biomassa individual de *Pinus*. *Pesquisa Florestal Brasileira*, 33(75), 269-278. <http://dx.doi.org/10.4336/2013.pfb.33.75.503>.
- Spieß, A. N., & Neumeyer, N. (2010). An evaluation of R<sup>2</sup> as an inadequate measure for nonlinear models in pharmacological and biochemical research: a Monte Carlo approach. *BMC Pharmacology*, 10(1), 6. PMID:20529254. <http://dx.doi.org/10.1186/1471-2210-10-6>.
- Trautenmüller, J. W. (2019). *Correlações e estimadores de biomassa acima do solo em florestas no Sul do Brasil* (Tese de doutorado). Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- White, H. (1980). A heteroskedasticity-consistent covariance matrix estimator and a direct test for heteroskedasticity. *Econometrica*, 48(4), 817-838. <http://dx.doi.org/10.2307/1912934>.

**Contribuição dos Autores:** OPEN: conceituação, curadoria de dados, análise formal, software, visualização, escrita – primeira redação, escrita – revisão e edição; APDC: conceituação, curadoria de dados, recursos, supervisão, escrita – revisão e edição; AB: conceituação, curadoria de dados, análise formal, metodologia, supervisão, software, escrita – revisão e edição; CRS: conceituação, curadoria de dados, recursos, escrita – revisão e edição.