

**EQUAÇÕES DE VOLUME TOTAL, VOLUME COMERCIAL E
FORMA DO TRONCO PARA PLANTAÇÕES DE *Eucalyptus* NOS
ESTADOS DE SÃO PAULO E RIO DE JANEIRO**

JOHN PAUL McTAGUE

Northern Arizona University, School of Forestry
Box 4098, Flagstaff , Arizona 86011, EUA

JOÃO LUÍS FERREIRA BATISTA

ESALQ/USP, Depto. de Ciências Florestais
13400 - Piracicaba – SP

LUIZ HENRIQUE STEINER

FLORIN - FLORESTAMENTO INIEGRADO S/A.
12310 - Jacareí – SP

ABSTRACT - Data from 483 trees were used to construct total volume equations, merchantable volume ratio equations, taper functions, and merchantable height equations. The data are composed of three ***Eucalyptus*** species: ***E. grandis***, ***E. saligna*** and ***E. urophylla***. The sample trees were not stratified by species, and thus the fitted equations are intended to be used as a mixed estimate of the three eucalyptus species. With the use of dummy variables it was possible to verify if the parameters of the volume equations differed by region or locality. This analysis resulted in two estimates of volume and taper; one for the Paraíba Valley, and one for the Itapeva region. The taper functions and merchantable height functions derived indirectly from the merchantable ratio equations performed poorly, and fitted equations were used instead.

RESUMO - Dados provenientes de cubagem rigorosa de 483 árvores foram analisados para elaborar equações de volume total, equações índices de volume comercial, equações de forma de tronco e equações de altura comercial. Os dados contêm três espécies de ***Eucalyptus***: ***E. grandis***, ***E. saligna*** e ***E. urophylla***. As árvores abatidas na amostragem não foram estratificadas por espécie, e conseqüentemente as equações representam estimativas mistas das três espécies. Com o uso de variáveis indicadoras, foi possível averiguar se as equações de volume precisam ser diferenciadas conforme a região ou local. A análise resultou em duas estimativas para volume e forma de tronco; uma para o Vale do Paraíba, e a outra para a região de Itapeva. As funções de forma de tronco e as equações de altura comercial que foram derivadas indiretamente das equações índices de volume comercial não tiveram um bom desempenho, e modelos cujos parâmetros foram obtidos por regressão foram utilizados.

INTRODUÇÃO

Uma conseqüência natural do grande vulto de investimentos feito no setor florestal e nas plantações de eucalipto nas últimas duas décadas tem sido o aprimoramento de

técnicas de inventário e manejo florestal. Hoje em dia é comum a apuração de volume de um povoamento através do uso de equações de volume cujos parâmetros foram determinados por regressão. Muitas vezes, estas equações são específicas para uma determinada espécie, idade, ciclo e local. Obviamente, os custos envolvidos na obtenção de dados de cubagem rigorosa para construir equações que são específicas para cada espécie, idade, ciclo, região, e em alguns casos até o nível de fazenda, são altos. Uma outra característica comum entre as equações de volume é que podem ser usadas somente para estimar o volume até um diâmetro mínimo fixo no topo. Em certos casos porém, uma empresa pode mudar os limites de diâmetro superior de volume comercial, e isto obriga a elaboração de equações novas de volume comercial até o novo diâmetro mínimo.

O objetivo deste estudo é elaborar um sistema de equações que permita ao usuário determinar o volume comercial de eucalipto até qualquer altura comercial ou qualquer diâmetro superior. Com o uso de funções de forma de tronco e equações de altura comercial, será possível calcular volume de produtos múltiplos de árvores em pé.

Um outro resultado desta investigação é mostrar uma técnica para determinar se cada local ou região precisa realmente ser estratificada e ter sua própria equação de volume. As equações de volume e forma do tronco elaboradas neste estudo distinguem uma região da outra, porém seus parâmetros são estimados simultaneamente com um único modelo.

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Num trabalho recente, COUTO & BASTOS (1987) fizeram uma excelente revisão das equações de volume feitas até agora no Estado de São Paulo com espécies de eucalipto. Eles constataram que geralmente as equações de volume restringiram a uma determinada área, idade, espaçamento, rotação, ou espécie. Estes autores geraram 42 equações de volume com casca de madeira para energia. Os dados deles foram coletados em 19 municípios, com duas espécies, e várias idades, ciclos e rotações. Seguindo as normas técnicas de Cia. Suzano de Papel e Celulose, a madeira para celulose possui diâmetro mínimo de até 8 cm com casca, e os diâmetros existentes entre 8,0 e 4,0 cm com casca são destinados à madeira para energia. Concluíram que eram necessárias 42 equações para celulose e energia porque os valores dos parâmetros das equações não mostraram a influência de um único fator (espécie, idade, local, rotação e ciclo) sobre eles, portanto não permitindo a generalização das equações. O modelo básico usado por eles para estimar volume sólido para celulose foi da variável combinada de Spurr:

$$V = a + bD^2H$$

onde:

V = volume sólido;

D = diâmetro altura do peito;

H = altura total; e

a,b = parâmetros para serem estimados.

Nos Estados Unidos, HANN & BARE (1978) também estratificaram os dados de cubagem rigorosa de **Pinus ponderosa** nos estados do Arizona e Novo México por região ou floresta nacional. Eles usaram o modelo de Spurr, porém com equações ponderadas. Os

parâmetros gerados por região ou floresta foram estimados independentemente. Os autores não testaram para verificar se existia diferença significativa entre os parâmetros por região ou floresta.

Atualmente nos Estados Unidos, têm-se usado muitas equações de índices de volume comercial para calcular o volume até qualquer altura comercial ou qualquer diâmetro superior. AMATEIS & BURKHART (1987) apresentaram dois modelos para estimar o volume comercial:

Volume até qualquer diâmetro superior

$$V_c = V_T (1 - a_0 d^{a1} / D^{a2}) \quad (1)$$

Volume até qualquer altura comercial

$$V_c = V_T (1 - b_0 (H-h)^{b2}) \quad (2)$$

onde:

V_c = Volume comercial até qualquer diâmetro superior ou até qualquer altura comercial;

V_T = Volume total;

d = Diâmetro superior ou diâmetro no topo;

D = Diâmetro a altura do peito (DAP);

H = Altura total da árvore;

h = Altura comercial ou aquela altura que corresponde ao diâmetro superior d ; e

$a_0 - a_2, b_0 - b_2$ = parâmetro para serem estimados.

A vantagem destes modelos é que a mesma equação pode ser utilizada para determinar o volume disponível para celulose e para energia. As equações possuem características lógicas, sendo que quando o diâmetro superior é zero, ou quando a altura comercial é igual à altura total, o volume comercial é igual à altura total. As equações (1) e (2) podem ser usadas para derivar indiretamente uma função implícita de forma de tronco e uma equação de altura comercial. Após equacionar a equação (1) com a equação (2), e manipular a expressão resultante, AMATEIS & BURKHART (1987) apresentaram a seguinte função de forma do tronco e a seguinte equação de altura comercial.

Função de forma do tronco

$$d = [b_0 (H-h)^{b1} D^{a2} / (a_0 H^{b2})]^{1/a1} \quad (3)$$

Equação de altura comercial

$$h = H - [a_0 d^{a1} H^{b2} / (b_0 D^{a2})]^{1/b1} \quad (4)$$

A equação (3) possui a propriedade lógica de quando a altura comercial for igual a altura total, o diâmetro superior estimado é zero. O inverso é verdade para a equação (4), quando o diâmetro superior é zero, a altura comercial estimada é igual à altura total. A

função de forma de tronco da equação (3) não é compatível com as expressões mais usadas para estimar volume total. Isto é, quando a equação (3) é elevada ao quadrado, multiplicada por $\pi/40000$, integrada do solo até a altura total, o volume total resultante não será igual ao volume total obtido através de uma equação de regressão.

Amateis & Burkhart reconhecem que as relações implícitas não são as melhores estimativas do perfil de árvore, porque foram derivadas através de mínimas quadrados ordinários para volume e não diâmetro superior. Eles apontam a possibilidade das equações implícitas de forma do tronco e altura comercial não funcionarem bem para certos extremos dos dados observados. Existe uma função simples de forma do tronco elaborado por ORMEROD (1973), que possui propriedades lógicas na altura do peito e no topo da árvore. Esse modelo tem apenas um parâmetro, **k**, para ser estimado:

Forma do tronco pelo modelo Ormerod

$$d = D \left[\frac{H - h}{H - 1,3} \right]^k \quad (5)$$

Além de se comportar logicamente quando a altura comercial for igual à altura total, este modelo condiciona o diâmetro superior a ser igual o DAP quando a altura comercial é igual a 1,3 m. O modelo acima pode ser invertido para fornecer uma estimativa de altura comercial.

Altura comercial de Ormerod

$$h = H - (H - 1,3)(d/D)^{1/k}$$

Com o modelo de Ormerod, o valor de **k** não é obtida indiretamente, mas através de regressão após se efetuar uma transformação linear da equação (5).

MATERIAL E MÉTODOS

As árvores amostras utilizadas neste estudo foram todas abatidas em diversas fazendas e regiões da empresa Florin – Florestamento Integrado S.A., do Grupo Simão. Na hora de abater a árvore para amostragem e cubagem rigorosa, nenhuma estratificação foi feita em relação à espécie. As equações que serão apresentadas aqui são estimadores mistos de **Eucalyptus** spp., representando valores médios entre **E. grandis**, **E. saligna** e **E. urophylla**.

As árvores usadas nesta amostra variam de 6 a 15 anos de idade, do primeiro e segundo ciclo. Os dados de cubagem rigorosa são provenientes de diversos locais ou regiões administrativas dentro dos estados de São Paulo e Rio de Janeiro. Na Tabela 1 é apresentado o número de árvores amostradas por região administrativa. As regiões 1, 4, 6, 8 e 9 são localizadas no vale do Paraíba nos estados de São Paulo e Rio de Janeiro, enquanto a região 10 está localizada no município de Itapeva, no sul do Estado de São Paulo. A localização das regiões administrativas da empresa Florin S.A. pode ser vista na Figura 1.

TABELA 1 – Frequência de árvores amostradas por região administrativa.

Região	Frequência	Variável	Estado
1	73	X ₁	SP
4	79	X ₂	SP
6	51	X ₃	SP
8	115	X ₄	RJ
9	97	X ₅	RJ
10	48	X ₆	SP

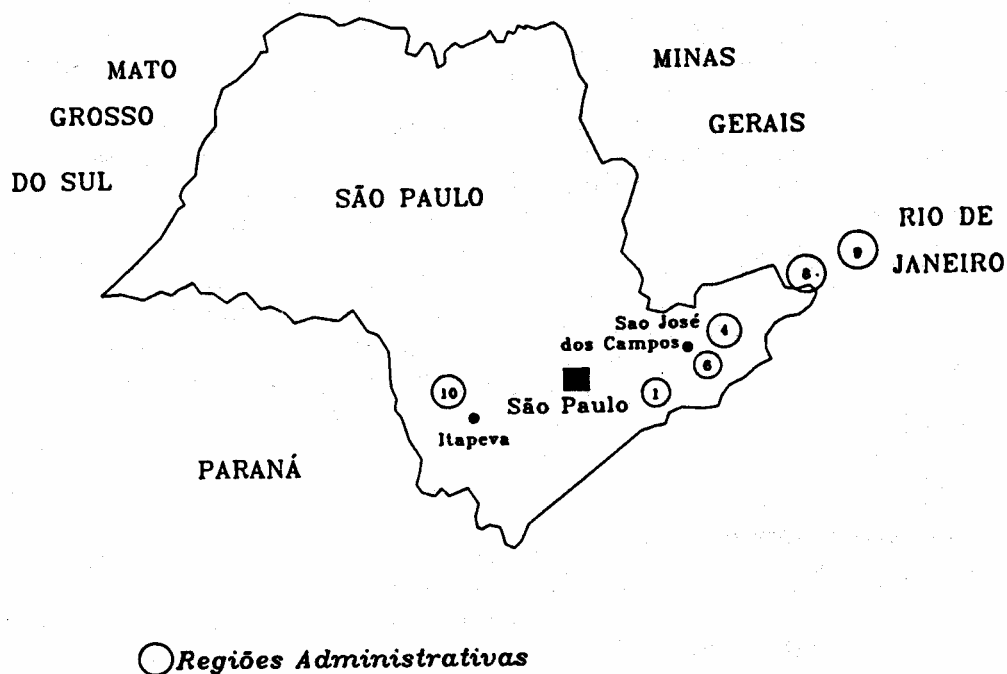


FIGURA 1. Localização das regiões administrativas da Cia. FLORIN-Reflorestamento Integrado S.A. onde as árvores foram amostradas.

As árvores derrubadas para cubagem real foram obtidas de árvores dominantes e codominantes, intermediárias e suprimidas. Após abater a árvore, o diâmetro do tronco com casca foi medido com precisão de décimos de centímetros com uma fita diamétrica. As medições de diâmetro foram efetuadas nas alturas de 0,1 m, 0,3 m, 0,7 m, 1,3 m e a partir daí com acréscimos de 2 metros até o topo da árvore. A altura total da árvore foi medida com uma trena com precisão de 0,1 m. Uma medida radial da espessura da casca foi feita com precisão de décimos de centímetro em cada ponto da árvore onde foi medido o diâmetro. A fórmula de Smalian foi utilizada para o cálculo do volume real para cada torrete. Na Tabela 2 é apresentada o número de árvores amostradas por classe de DAP e altura total.

TABELA 2 – Frequência de árvores amostradas por classe de DAP e altura total.

DAP (cm)	ALTURA TOTAL (m)								TOTAL
	8	12	16	20	24	28	32	36	
6	10	43	11						64
10		23	69	25					117
14		1	18	62	18				99
18			4	28	44	8			84
22				2	30	23	5	1	61
26				1	1	16	13	1	32
30					1	3	7	3	14
34							3	9	12
TOTAL	10	67	102	118	94	50	28	14	483

ANÁLISE E RESULTADO

VOLUME TOTAL

A análise partiu da hipótese de que cada local ou região deveria ter sua estimativa de volume. O modelo usado para testar esta hipótese foi uma modificação do modelo logarítmico de Schumacher:

$$\ln V_T = a_0 + a_1 X_2 + a_2 X_3 + a_3 X_4 + a_4 X_5 + a_5 X_6 + \ln D + \ln H \quad (6)$$

onde:

V_T = Volume total com casca em m^3 ;

$X_2 = 1$ se a região administrativa for 4 e 0 para as demais regiões;

$X_3 = 1$ se a região administrativa for 6 e 0 para as demais regiões;

$X_4 = 1$ se a região administrativa for 8 e 0 para as demais regiões;

$X_5 = 1$ se a região administrativa for 9 e 0 para as demais regiões;

$X_6 = 1$ se a região administrativa for 10 e 0 para as demais regiões;

D = diâmetro a altura do peito (DAP) em cm;

H = altura total em m; e

\ln = logaritmo neperiano.

O modelo Schumacher é usado para estimar volume porque é ponderado e normalmente apresenta resíduos homogêneos (CLUTTER et alii, 1983). As variáveis $X_2 - X_6$ são variáveis indicadoras e somente podem assumir os valores de 0 ou 1, Como há 6 regiões administrativas, o modelo precisa somente de 5 variáveis indicadoras, sendo que o valor da região 1 (X_1) está contido no intercepto. Pela análise de variância apresentada na Tabela 3 pode ser constatado, que as variáveis $X_2 - X_6$ não têm parâmetros significativos ($p = 0,05$), Isto significa que não há necessidade de construir uma equação independente para cada região. Com análise posterior, foi averiguado que exista dois grupos significativos de regiões: um grupo que contém as variáveis $X_2 - X_5$, e outro grupo que contém a variável.

X₆, ou seja, duas estimativas para **Eucalyptus spp.**; uma para o Vale do Paraíba, e a outra para a região de Itapeva. A equação de volume total com casca com coeficientes transformados numa expressão não-linear é:

Volume total com casca em metros cúbicos

$$V_T = 0,000051265 (\exp(-0,0322X_6))D^{1,8753}H^{0,9888}$$

onde:

exp = base do logaritmo neperiano

TABELA 3 – Análise de variância e coeficientes estimados para equação (6).

Fonte de variação	g.l.	Soma de quadrados	Quadrado médio	F	P
Regressão	7	634,7501	90,6786	8665	0,0000
Resíduo	475	4,9705	0,0105		
Variável		Coeficiente			P
Intercepto		-9,820			0,000
X ₂		-0,0151			0,3389
X ₃		0,0291			0,1036
X ₄		0,0120			0,4050
X ₅		0,0098			0,5228
X ₆		-0,261			0,1522
lnD		1,8732			0,0000
lnH		0,9898			0,0000

Observação: P é a probabilidade de cometer um erro tipo I.

O coeficiente de determinação e erro padrão do modelo na forma linear logarítmica foram 0,992 e 0,1023, respectivamente. Quando a árvore se localiza no Vale do Paraíba, a variável X₆ tem o valor de 0 e a expressão exp (-0,0322X₆) tem o valor 1. Quando a árvore se localiza na região de Itapeva, a variável X₆ tem o valor de 1 e a expressão exp(-0,0322X₆) tem o valor de 0,9683. Isto significa que uma árvore em Itapeva com o mesmo diâmetro e altura de uma árvore no Vale do Paraíba, tem aproximadamente 3% menos volume.

No caso de volume total sem casca em metros cúbicos, o modelo é mais simples porque não houve uma diferença significativa entre a região de Itapeva e as demais regiões. A equação de volume total sem casca com os coeficientes transformados numa expressão não-linear é:

Volume total sem casca em metros cúbicos

$$V_T = 0,000027061D^{1,8298}H^{1,1712}$$

O coeficiente de determinação e erro padrão do modelo na forma linear logarítmica foram 0,989 e 0,1232, respectivamente.

VOLUME COMERCIAL

As equações 1 e 2 são índices de volume comercial expressos numa forma não-linear. Para se utilizar as técnicas de regressão linear e se obter os parâmetros é necessário linearizar essas equações, introduzindo uma modificação que permita estimar o efeito de local ou região. O seguinte modelo linear foi usado para determinar o volume comercial até qualquer diâmetro superior :

$$\ln(1-V_c/V_T) = \ln(a_0) + a_1 \ln d + a_2 \ln D + a_3 X_6$$

Um modelo linear semelhante foi usado para determinar volume comercial até qualquer altura comercial:

$$\ln(1-V_c/V_t) = \ln(b_0) + b_1 \ln(H-h) + b_2 \ln H + b_3 X_6$$

Os modelos com os coeficientes estimados são apresentados abaixo:

Volume comercial com casca em metros cúbicos

$$V_c = V_T(1-1,0180(\exp(-0,1154X_6))(H-h)^{2,4643}/H^{2,4625}) \quad (7)$$

$$V_c = V_T(1-0,3704(\exp(0,518X_6))(d_{c/c}^{3,1128}/D^{2,8828}) \quad (8)$$

Na forma linear logarítmica, a equação (7) apresentou um coeficiente de determinação de 0,975 e erro padrão de 0,2821. Na forma linear logarítmica, a equação (8) apresentou um coeficiente de determinação de 0,958 e erro padrão de 0,3611.

Volume comercial sem casca em metros cúbicos

$$V_C = V_T(1-1,1544(\exp(-0,1094X_6))(H-h)^{2,5001}/H^{2,5327}) \quad (9)$$

$$V_c = V_T(1-0,3961(\exp(0,0612X_6))d_{c/c}^{3,1604}/D^{2,9491}) \quad (10)$$

$$V_c = V_T(1-0,7768(\exp(0,0599X_6))d_{s/c}^{3,1580}/D^{3,0599}) \quad (11)$$

Na forma linear logarítmica, as equações (9), (10) e (11) apresentaram coeficientes de determinação de 0,971, 0,956 e 0,959, respectivamente, enquanto os erros padrões foram 0,3060, 0,3759 e 0,3664, respectivamente.

FORMA DO TRONCO E ALTURA COMERCIAL

As equações (7) e (8) podem ser equacionadas para fornecer a seguinte função de forma do tronco:

$$d_{c/c} = 1,3837(\exp(-0,0537X_6))(H-h)^{0,7917}D^{0,9261}/H^{0,7911} \quad (12)$$

Esta função pode ser invertida, fornecendo uma equação de altura comercial:

$$h = H - [0,6635(\exp(0,0678X_6))H^{0,9993}d_{c/c}^{1,2632}/D^{1,1698}] \quad (13)$$

As equações (9) e (11) podem ser equacionadas para fornecer uma função de forma do tronco sem casca:

$$d_{s/c} = 1,1337(\exp(-0,0536X_6))(H-h)^{0,7917}D^{0,9689}/H^{0,8020} \quad (14)$$

Esta função também pode ser invertida:

$$h = H - [0,8535(\exp(0,0677X_6))H^{1,0130}d_{s/c}^{1,2631}/D^{1,2239}] \quad (15)$$

As equações (12) – (15) não tiveram seus parâmetros estimados explicitamente através de regressão, portanto não são os “melhores” estimadores de forma do tronco e altura comercial. Infelizmente, ficou comprovado que os modelos não se comportavam bem, mostrando grande tendência na parte inferior do tronco. O desempenho das equações (12) – (15) ao longo do tronco, em comparação com outros modelos, é apresentado nas Tabelas 5 e 6.

Resolveu-se adotar um modelo para o perfil do tronco cujos parâmetros foram estimados explicitamente por regressão e que possui propriedades lógicas na parte inferior do tronco. Sendo fato que a maior parte do volume está localizado na parte inferior do tronco, é imprescindível que o modelo de forma do tronco ou altura comercial tenha um bom desempenho ali. Os parâmetros da função modificada de Ormerod com casca foram estimados com o seguinte modelo:

$$\ln(d_{c/c}/D) = k_1 \ln\left[\frac{H-h}{H-1,3}\right] + k_2 X_6 \ln\left[\frac{H-h}{H-1,3}\right]$$

Este modelo não é apropriado para uma função de forma do tronco sem casca. Para estimar os parâmetros do perfil sem casca, primeiro foi necessário fazer uma relação entre DAP sem casca e DAP com casca. Foi usado o seguinte modelo simples para determinar DAP sem casca:

$$\ln D_{s/c} = a + b \ln D_{c/c}$$

Esta relação expressa na forma não-linear com os parâmetros estimados é:

$$D_{s/c} = 0,8177D_{c/c}^{1,0291}$$

O coeficiente de determinação e o erro padrão desta equação na forma linear foram 0,992 e 0,0427 respectivamente. O modelo modificado de Ormerod usado para determinar a função de forma do tronco sem casca foi:

$$\ln d_{s/c}(0,8177D_{c/c}^{1,0291}) = k_3 \ln\left[\frac{H-h}{H-1,3}\right] + k_4 x_6 \ln\left[\frac{H-h}{H-1,3}\right]$$

O modelo modificado com casca de Ormerod expresso na forma não-linear com os parâmetros é:

$$d_{c/c} = D\left[\frac{H-h}{H-1,3}\right]^{0,7140+0,0884X_6} \quad (16)$$

Esta função pode ser invertida:

$$h = H - (H-1,3)(d_{c/c}/D)^{1/(0,7140+0,0884X_6)} \quad (17)$$

O modelo modificado sem casca de Ormerod expresso na forma não-linear com os parâmetros é:

$$d_{s/c} = 0,8177D_{c/c}^{1,0291}\left[\frac{H-h}{H-1,3}\right]^{0,7089+0,0818X_6} \quad (18)$$

Após ser invertida:

$$h = H - (H-1,3)(d_{s/c}/(0,8177D_{c/c}^{1,0291}))^{1/(0,7089+0,0818X_6)} \quad (19)$$

O coeficiente de determinação e erro padrão para a equação (16) na forma linear foram 0,911 e 0,1673, respectivamente. O coeficiente de determinação e erro padrão para a equação (18) na forma linear foram 0,902 e 0,1761, respectivamente.

DISCUSSÃO

Antes de se adotar um sistema novo de equações é importante saber como as funções se comportam ao longo do tronco. Para este fim, o tronco de cada árvore foi dividido em dez partes de mesmo tamanho relativo. Os dados também foram divididos em duas partes relativas à região de Itapeva e ao Vale do Paraíba. Na Tabela 4 são apresentados por região e parte relativa do tronco, os valores médios dos desvios das estimativas do volume comercial (volume comercial observado - volume comercial estimado) em metros cúbicos. Os volumes comerciais estimados são calculados com as equações (7) - (11). Pela Tabela 4, pode ser constatado que nenhuma equação apresenta tendências fortes em nenhuma parte do tronco.

Na Tabela 5 são apresentados por região e parte relativa do tronco, os valores médios dos desvios das estimativas do diâmetro superior (diferença entre o diâmetro superior observado e o diâmetro superior estimado) e na Tabela 6 os valores médios dos desvios das estimativas de altura (diferença entre a altura comercial observada e a altura comercial estimada). São comparados os valores de diâmetro superior obtidos implicitamente através das equações (12) e (14), com os valores de diâmetro superior obtidos explicitamente com as equações (16) e (18). Também são comparados os valores de altura comercial obtidas implicitamente através das equações (13) e (15), com os valores de altura comercial do modelo modificado de Ormerod pelas equações (16) – (19) para estimar a forma do tronco e altura comercial. As equações (17) e (19) porém, não mostraram um bom comportamento na parte inferior extrema do tronco. Abaixo de 1,3 metros de altura, estas duas equações geralmente estimam valores negativos para altura comercial, o que não é lógico. Portanto, recomendamos que as equações (17) e (19) não sejam usadas para estimar altura abaixo de 1,3m.

TABELA 4 – Valores médios dos desvios das estimativas do volume comercial (diferença entre o volume comercial observado e o volume comercial estimado) por região e parte relativa do tronco. PAR. Indica o Vale do Paraíba, e ITAP. Indica a região de Itapeva.

Parte relativa do tronco (h/H)	Equação (7)		Equação (8)		Equação (9)		Equação (10)		Equação (11)	
	PAR.	ITAP.	PAR.	ITAP.	PAR.	ITAP.	PAR.	ITAP.	PAR.	ITAP.
$h/H < 0,1$	0,006	-0,017	0,036	0,036	0,006	-0,012	0,032	0,035	0,014	0,017
$0,1 \leq h/H < 0,2$	0,005	-0,009	-0,049	-0,021	0,002	-0,008	-0,044	-0,019	-0,036	-0,008
$0,2 \leq h/H < 0,3$	0,000	-0,005	-0,032	-0,018	-0,002	-0,005	-0,030	-0,017	-0,022	-0,009
$0,3 \leq h/H < 0,4$	-0,003	-0,003	-0,018	-0,008	-0,005	-0,004	-0,017	-0,007	-0,010	-0,001
$0,4 \leq h/H < 0,5$	-0,004	0,001	-0,008	-0,002	-0,005	0,001	-0,008	-0,002	-0,002	0,002
$0,5 \leq h/H < 0,6$	-0,004	0,000	0,000	0,001	-0,004	0,000	-0,001	0,001	0,003	0,003
$0,6 \leq h/H < 0,7$	-0,003	0,001	0,003	0,001	-0,003	0,001	0,002	0,001	0,004	0,002
$0,7 \leq h/H < 0,8$	-0,001	0,000	0,003	0,001	-0,001	0,000	0,003	0,001	0,003	0,001
$0,8 \leq h/H < 0,9$	-0,000	0,000	0,001	0,001	0,000	0,000	0,001	0,001	0,001	0,001
$h/H \geq 0,9$	-0,000	0,000	0,001	0,000	0,000	0,000	0,001	0,000	0,001	0,000

TABELA 5 – Valores médios dos desvios das estimativas do diâmetro superior (diferença entre o diâmetro superior observado e o diâmetro superior estimado) por região e parte relativa do tronco. PAR. Indica o Vale do Paraíba, e ITAP. Indica a região de Itapeva.

Parte relativa do tronco (h/H)	Equação (12)		Equação (14)		Equação (16)		Equação (18)	
	PAR.	ITAP.	PAR.	ITAP.	PAR.	ITAP.	PAR.	ITAP.
h/H < 0,1	0,560	1,240	0,016	0,557	1,718	1,465	1,151	0,866
0,1 ≤ h/H < 0,2	-1,556	-0,519	-1,146	-0,101	-0,627	-0,323	-0,210	0,164
0,2 ≤ h/H < 0,3	-1,261	-0,627	-0,809	-0,237	-0,570	-0,445	-0,109	-0,006
0,3 ≤ h/H < 0,4	-0,808	-0,318	-0,375	0,074	-0,340	-0,109	0,109	0,297
0,4 ≤ h/H < 0,5	-0,414	-0,393	-0,057	-0,078	-0,156	-0,200	0,222	0,106
0,5 ≤ h/H < 0,6	0,001	-0,052	0,243	0,163	0,075	0,138	0,341	0,323
0,6 ≤ h/H < 0,7	0,317	-0,287	0,444	-0,149	0,208	-0,115	0,364	-0,022
0,7 ≤ h/H < 0,8	0,463	-0,201	0,472	-0,134	0,211	-0,045	0,249	-0,037
0,8 ≤ h/H < 0,9	0,377	-0,194	0,289	-0,175	0,024	-0,070	-0,037	-0,113
h/H ≥ 0,9	0,427	0,176	0,281	0,148	0,036	0,269	-0,084	0,185

TABELA 6 – Valores médios dos desvios das estimativas da altura comercial (diferença entre a altura comercial observada e a altura comercial estimada) por região e parte relativa do tronco. PAR. Indica o Vale do Paraíba, e ITAP. Indica a região de Itapeva.

Parte relativa do tronco (h/H)	Equação (12)		Equação (14)		Equação (16)		Equação (18)	
	PAR.	ITAP.	PAR.	ITAP.	PAR.	ITAP.	PAR.	ITAP.
h/H < 0,1	0,890	2,010	0,890	2,010	0,072	0,972	3,321	1,610
0,1 ≤ h/H < 0,2	-2,185	-0,723	-1,762	-0,135	-0,966	-0,400	0,271	0,348
0,2 ≤ h/H < 0,3	-1,743	-0,845	-1,224	-0,334	-0,852	-0,551	-0,093	0,074
0,3 ≤ h/H < 0,4	-1,075	-0,403	-0,529	0,161	-0,457	-0,071	0,300	0,565
0,4 ≤ h/H < 0,5	-0,536	-0,467	-0,056	-0,053	-0,171	-0,175	0,468	0,269
0,5 ≤ h/H < 0,6	0,004	0,063	0,356	0,399	0,154	0,345	0,615	0,686
0,6 ≤ h/H < 0,7	0,387	-0,223	0,619	-0,052	0,325	0,020	0,618	0,161
0,7 ≤ h/H < 0,8	0,564	-0,025	0,655	0,060	0,342	0,184	0,453	0,222
0,8 ≤ h/H < 0,9	0,463	0,012	0,430	0,028	0,152	0,154	0,117	0,121
h/H ≥ 0,9	0,443	0,252	0,361	0,248	0,137	0,359	0,054	0,306

APLICAÇÃO

O uso das equações pode ser ilustrado com um exemplo simples. Supondo-se que se tenha uma árvore que não está na região de Itapeva e possui DAP de 16cm e uma altura total de 22m. Deseja-se utilizar a árvore com casca até um diâmetro superior de 8 cm será inaproveitada. As toras terão um comprimento de 2,40 m e o toco com uma altura de 5 cm.

1. Pela equação, $V = [0,000051265(\exp(-0,0322X_6))]D^{1,8753}H^{0,9888}$, sabe-se que a árvore tem $0,1974m^3$ de volume total com casca.

2. Pela equação (8), calcula-se previamente que tem $0,1814 \text{ m}^3$ com casca de volume comercial até o diâmetro superior de 8 cm.

3. Pela equação (17), sabe-se que o diâmetro superior a 8 cm fica numa altura comercial de 14,16m.

4. Sendo fato que as toras somente podem ter um comprimento de 2,40 m, pode-se aproveitar apenas 5 toras desta árvore. Incluído a altura do toco de 5 cm, pode-se aproveitar 12,05m.

5. Pela equação (7), calcula-se que tem $0,1688 \text{ m}^3$ com casca de volume comercial até uma altura comercial de 12,05 m. A diferença entre o volume total e $0,1688 \text{ m}^3$ é $0,0286 \text{ m}^3$, que é o volume inaproveitável que será deixado no campo.

As equações apresentadas aqui podem ser utilizadas para calcular volume total e volume comercial. As equações são apropriadas para uso no Vale do Paraíba nos Estados de São Paulo e Rio de Janeiro, e na região de Itapeva. Os modelos são estimativas mistas de volume sólido de **E. grandis**, **E. saligna**, e **E. urophylla**. Futuramente será oportuno fazer uma amostragem estratégia por espécie, para elaborar novas equações para cada uma das espécies.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMATEIS, R.L. & BURKHART, H.E. Cubic-foot volume equations for loblolly pine trees in cutover site-prepared plantations. **Southern journal of applied forestry**, Washington, 11(4): 190-2, 1987.

CLUTTER, J.L. et alii. **Timber management**: a quantitative approach. New York, John Wiley, 1983. 351p.

COUTO, H.T.Z. & BASTOS, N.L.M. Modelos de equações de volume e relações hipsométricas para plantações de **Eucalyptus** no estado de São Paulo. **IPEF**, Piracicaba (37): 33-44, 1987.

HANN, D.W. & BARE, B.B. Comprehensive tree volume equations for major tree species of New México and Arizona: 1 – results and methodology. **USDA. Forest Service. INT. Research Paper**, Ogden (209): 1-43, 1978.

ORMEROD, D.W. A simple bole model. **Forestry chronicle**, Quebec, 41: 136-8, 1973.