

A FUNÇÃO WEIBULL NO ESTUDO DE DISTRIBUIÇÕES DIAMÉTRICAS EM POVOAMENTO DE *Pinus elliottii* NA ESTAÇÃO EXPERIMENTAL DE ITAPEVA

LUIZ ALBERTO BLANCO JORGE
RICARDO ANTONIO DE ARRUDA VEIGA
UNESP - Depto. de Ciências Florestais
Caixa Postal 237
18600 - Botucatu – SP

ANANIAS DE ALMEIDA SARAIVA PONTINHA
Instituto Florestal do Estado de São Paulo
18400 - Itapeva – SP

ABSTRACT - The present paper is the first step of a broad research project about multiple yield. *Pinus elliottii* plantations, located in Itapeva, São Paulo State - Brazil, with 21, 23 and 24 years old were inventoried. Weibull's function was used for describing diameter distribution. Predict average height of diameter class was estimated as a function of dominant height, age, number of trees per hectare and the diameter class center.

RESUMO - Este trabalho constitui a primeira etapa de uma pesquisa mais ampla sobre sortimento. Nesta fase, estudou-se a distribuição diamétrica dos povoamentos e as estimativas das alturas médias das classes de diâmetro. Foi ajustada a função Weibull para descrever as distribuições nas idades de 21, 23 e 24 anos de povoamentos de *Pinus elliottii* em Itapeva - SP. Para gerar a equação que estimula alturas médias, empregou-se um modelo em que a altura é dada em função de altura dominante, idade, números de árvores por hectare e do centro de classe de diâmetro.

INTRODUÇÃO

O estudo de sortimento de povoamentos de florestas de produção é uma das ferramentas importantes no planejamento da utilização dos recursos florestais e na avaliação no manejo empregado, permitindo qualificar a matéria-prima, classificando-a de acordo com as dimensões e qualidade, para os múltiplos usos da madeira.

Não se pode falar em qualidade de madeira, principalmente para fins estruturais, devido à falta de objetivos claros de utilização, quando do início da implantação maciça das florestas homogêneas brasileiras na década de 1960. Isto refletiu na ausência de planos de manejo consistentes. Atualmente, quando se trabalha com sortimento, restringe-se somente ao aspecto de dimensões das peças.

A região de Itapeva- SP, em que se situam os povoamentos de *Pinus* da Estação Experimental, caracteriza-se por um grande volume de madeira comercializada originada de reflorestamento. Isto ocorre devido à concentração de pequenas e médias serrarias e algumas grandes indústrias. O estudo de sortimento pode servir de base para outras pesquisas que permitam estudar a melhor forma de comercialização da madeira, avaliar a

importância e influência das florestas estaduais no contexto regional, assim como enriquecer outros trabalhos que permitam traçar políticas e estratégias de atuação.

A caracterização da distribuição diamétrica é de importância fundamental nos estudos de sortimento. CLUTTER & BENNETT (1965), utilizaram a distribuição beta para predição de madeira para múltiplos usos em plantações de **Pinus eliottii**.

BAILEY & DELL (1973) propuseram em contrapartida a distribuição Weibull, mais vantajosa do que a beta na forma e na derivação matemática.

Para estimar os parâmetros da distribuição Weibull muitas técnicas têm sido utilizadas, com destaque aos estimadores de máxima verossimilhança, estudados dentre outros por COHEN (1965), HARTER & MOORE (1965), BAILEY (1974) e BELCHER & CLUTTER (1977).

No Brasil encontram-se alguns trabalhos de pesquisa sobre distribuição de diâmetros. É o caso dos estudos de COUTO (1980) para **Pinus caribaea** var. **caribaea**, CAMPOS & TURNBULL (1981), para *Pinus patula*, FINGER (1982) para **Acacia mearnsii**, VEIGA & BRISTER (1983) para **Pinus eliottii**, BATISTA (1989) para 60 espécies de floresta tropical pluvial.

O presente trabalho consiste, em uma primeira fase de uma pesquisa mais abrangente, em conhecer a estrutura de povoamentos de **Pinus eliottii** em idades que apresentam madeira com dimensões para serraria. Para isso, como objetivos específicos nesta etapa, estudou-se a distribuição diamétrica dos povoamentos, assim como se ajustou uma equação para estimar altura média nas classes de diâmetro.

MATERIAL E MÉTODOS

POVOAMENTOS

Foi conduzido um levantamento florestal na Estação Experimental de Itapeva, unidade do Instituto Florestal do Estado de São Paulo, em plantios de **Pinus eliottii** com 21, 23 e 24 anos de idade. A Tabela 1 apresenta os dados cadastrais dos talhões inventariados.

AMOSTRAGEM NOS TALHÕES

Para o levantamento, utilizou-se o processo de amostragem inteiramente ao acaso. O sorteio das unidades de amostra foi efetuado, usando-se o sistema de coordenadas aleatórias sobre mapa detalhado da propriedade.

Foram instaladas 60 unidades de amostra, com dimensões correspondentes a 20 x 30 m. Em cada uma delas, foram medidas as circunferências à altura do peito e a altura total de todas as árvores.

Tabela 1: Dados cadastrais dos talhões de *Pinus elliottii* inventariados na Estação Experimental de Itapeva. Itapeva -SP, 1990.

Talhão	Área (ha)	Época de plantio	Espaçamento	Desbastes
1	12.07	03/66	2.00 x 2.00m	3
2	25.13	04/66	2.00 x 2.00m	3
3	8.03	04/66	2.00 x 2.00m	3
4	41.92	04/66	2.00 x 2.00m	3
6	12.93	05/66	200 x 2.00m	3
7	12.66	05/66	2.00 x 2.00m	3
8	32.31	05/66	200 x 2.00m	3
9	31.45	06/66	2.00 x 2.00m	3
10	16.34	07/66	2.00 x 200m	3
11	27.56	05/67	1.50 x 2.60m	3
12	22.35	06/67	1.50 x 2.60m	3
13	21.97	05/67	1.50 x 2.60m	3
14	26.52	05/67	1.50 x 2.60m	3
15	12.99	05/67	1.50 x 2.80m	3
16	9.51	03/67	1.50 x 2.80m	3
17	19.28	06/67	1.50 x 2.80m	3
18	16.03	03/67	1.50 x 2.60m	3
19	17.66	05/67	150 x 2.60m	2
20	19.49	05/67	150 x 2.60m	3
22	16.86	02/69	1.50 x 2.60m	2
23	34.52	02/69	1.50 x 2.60m	2
24	49.79	03/69	1.50 x 2.80m	2
26	43.55	04/69	1.50 x 2.60m	2
27	35.22	05/69	1.50 x 2.60m	2

DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA

Com o objetivo de gerar sortimento para os povoamentos de *Pinus elliottii* inventariados, há necessidade do conhecimento da estrutura dos mesmos, e um dos instrumentos para isso é o estudo da distribuição de diâmetros. Nesse sentido, a Weibull de dois parâmetros (BAILEY & DELL, 1973) foi utilizada, sendo sua função de densidade probabilística dada por:

$$f(x, b, c) = \left(\frac{c}{b}\right) \left(\frac{x}{b}\right)^{c-1} \exp\left\{-\left(\frac{x}{b}\right)^c\right\}$$

onde $x \geq 0$, $b > 0$, $c > 0$.

Os estimadores da Weibull 2 parâmetros foram inicialmente ajustados pelo método dos percentis. Em um segundo passo, Os parâmetros b e c foram estimados através do

método de máxima verossimilhança como detalhado por COHEN (1965), com a adaptação para dados agrupados feita por BATISTA (1989).

Como o método de máxima verossimilhança necessita de iteração para resolução do estimador do parâmetro c , utilizou-se o procedimento iterativo de Newton-Raphson (LEE, 1980).

A qualidade de ajustamento produzida pelos dois métodos testados foi medida pelo índice de ajustamento e pelo teste de Kolmogorov-Smirnov ao nível de 5% de probabilidade.

O teste não paramétrico de Kolmogorov-Smirnov de uma amostra, segundo STEGEL (1975), é uma prova de aderência. Isto é, refere-se ao grau de concordância entre uma distribuição observada e uma distribuição teórica esperada. Para o teste, computou-se a maior diferença, comparando-se as frequências acumuladas em cada classe, das distribuições estimada e esperada.

Após o ajuste da equação, o número de árvores em uma dada classe de diâmetro é estimado por:

$$n_i = n \left\{ e^{-[(cc_i - (A/2) - x_{\min})/b]c} - e^{-[(cc_i + (A/2) - x_{\min})/b]c} \right\}$$

onde:

n_i = nº de árvores na classe de diâmetro i ;

n = tamanho da amostra;

cc_i = centro da classe i ;

A = amplitude de classe;

x_{\min} = diâmetro mínimo.

MODELO DE EQUAÇÃO DA ALTURA MÉDIA DA CLASSE DIAMÉTRICA

Para estimar a altura da classe diamétrica utilizou-se a equação desenvolvida por BENNETT & CLUTTER (1968) para **Pinus elliottii**, e aplicada por GLADE (1986) no estudo de produção volumétrica por classes diamétricas para **Eucalyptus grandis** na Argentina, ou seja:

$$\ln h_i = b_0 + b_1 h_{dom} + b_2 N/100 + b_3 1/Id + b_4 1/d_i$$

onde:

$\ln h_i$ = logaritmo neperiano da altura média da classe i ;

h_{dom} = altura dominante;

N = número de árvores por hectare;

Id = idade;

d_i = centro da classe diamétrica i .

O ajuste e a precisão da equação foram avaliados pelo coeficiente de determinação (R^2), o erro padrão de estimativa (syx) e análise dos resíduos.

A análise de resíduos constou da interpretação da distribuição gráfica e do teste de troca de sinais. Os resíduos individuais em porcentagem, foram calculados por:

$$\text{Res}\% = \{(h_o - h_e) / h_o\} 100$$

onde:

h_o = altura média da classe diamétrica observada;

h_e = altura média da classe diamétrica estimada.

Na distribuição gráfica, os resíduos foram plotados em relação à variável dependente estimada já antilogaritmizada.

O teste de troca de sinais usado na análise residual, é uma comprovação analítica da distribuição gráfica. Através desse teste, segundo DRAPER & SMITH (1966), é atestado se houve ou não um arranjo aleatório dos sinais dos resíduos. Computou-se o número de sinais positivos (n_1), negativos (n_2) e o número de trocas ocorridas (u). Para qualquer seqüência de sinais, pode-se encontrar a probabilidade em que o valor observado u (ou menor) ocorreu. Comparando-se a probabilidade com um valor pré-indicado ($\alpha = 0,05$), rejeita-se a hipótese do arranjo aleatório se $p(u \leq u \text{ observado}) \leq 0,05$. Visto que uma aproximação normal para a distribuição real de u fornece uma precisão satisfatória, a probabilidade foi encontrada ao entrar-se na tabela da distribuição de Z com o valor calculado pela fórmula:

$$Z = (u - \bar{x} + 1/2) / s$$

onde:

$$\bar{x} = (2 n_1 n_2 / n_1 + n_2) + 1$$

$$S^2 = \{2 n_1 n_2 (2 n_1 n_2 - n_1 - n_2)\} / \{(n_1 + n_2)_2 (n_1 + n_2 - 1)\}$$

A estimativa da altura média visa possibilitar a entrada nas equações de forma, em conjunto com os respectivos centros de classe diamétrica, gerando o sortimento dos povoamentos.

PROCESSAMENTO DE DADOS

Os programas utilizados na presente pesquisa fazem parte de um sistema de informações que foi desenvolvido visando ao estudo do sortimento dos povoamentos. Para isso, trabalhou-se com o CLIPPER versão SUMMER 87 e com a biblioteca gráfica CLBC versão 2.0. O sistema foi implementado em um microcomputador compatível com o IBM-PC, do Departamento de Ciências Florestais - FCA/ UNESP, em Botucatu - SP.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A função Weibull de dois parâmetros foi usada para ajustar as distribuições diamétricas para os dados agrupados por idade. A Tabela 2 apresenta os estimadores e as estatísticas das distribuições tanto para o método dos percentis como para o de máxima verossimilhança.

Cabe salientar que a idéia original consistia em obter os estimadores para os dados de cada unidade amostral levantada no campo, de tal forma que posteriormente se pudessem exprimir os coeficientes b e c como uma função de variáveis importantes a nível da estrutura dos povoamentos, tais como altura dominante, número de árvores por hectare e idade. Isto não foi possível, presumivelmente por influência dos desbastes realizados na floresta. Como conseqüência dos cortes intermediários, não existia em grande parte das distribuições observadas nas unidades uma tendência clara de comportamento. Por isso, houve necessidade do agrupamento dos dados por idade.

Tabela 2 – Estimadores e estatísticas da distribuição Weibull para *Pinus elliottii*, Itapeva – SP.

SISTEMA SORTI – Sortimento de Povoamentos								
Relatório de Estimadores e estatísticas da distribuição Weibull								
<u>Weibull 2 parâmetros – método dos percentis</u>								
Local	Espécie	Idade (anos)	...Estimadores...		Índice de Ajustamento (%)	...Kolmogorov-Smirnov...		
			b	c		D	V. Crítico (a 0.05)	Signif.
Itapeva	<i>Pinus elliottii</i>	21	12.7299	3.0901	93.0	0.039729	0.053472	NS
		24	12.4718	2.9583	97.6	0.035385	0.061259	NS
		23	13.8453	3.2405	99.3	0.013606	0.067095	NS
<u>Weibull 2 parâmetros – método da máxima verossimilhança</u>								
Local	Espécie	Idade (anos)	...Estimadores...		Índice de Ajustamento (%)	...Kolmogorov-Smirnov...		
			b	c		D	V. Crítico (a 0.05)	Signif.
Itapeva	<i>Pinus elliottii</i>	21	12.9684	3.1682	93.5	0.021550	0.053472	NS
		23	12.3592	2.8930	97.6	0.028993	0.061259	NS
		24	13.7497	3.2664	99.3	0.012024	0.067095	NS

Reportando-se à Tabela 2, observa-se bom ajuste para todas as idades, das distribuições estimadas em relação às observadas, o que é expresso pelo índice de ajustamento com valores sempre acima de 90%, tanto para o método dos percentis como para o da máxima verossimilhança. Através do teste de Kolmogorov-Smirnov, nota-se que para os dois métodos, para todas as idades, a maior diferença em termos absolutos refletida pela estatística D, confrontada com o respectivo valor crítico a um nível de 5% é sempre menor do que este. Tal fato, permite aceitar a hipótese de que existe concordância entre as distribuições observadas e estimadas. O comportamento das distribuições pode ser

visualizado com o auxílio da Figura 1, que apresenta o gráfico para a idade de 24 anos, que é semelhante ao das outras duas idades estudadas.

Não obstante a perda de informação quando as equações que descrevem as distribuições diamétricas foram ajustadas para dados agrupados por idade, perda esta principalmente em função da possível variação de sítio, acredita-se que as referidas equações estimadas a partir do modelo Weibull de 2 parâmetros se constituirão em importante ferramenta no estudo de sortimento dos povoamentos de **Pinus elliottii** levantados na Estação Experimental de Itapeva.

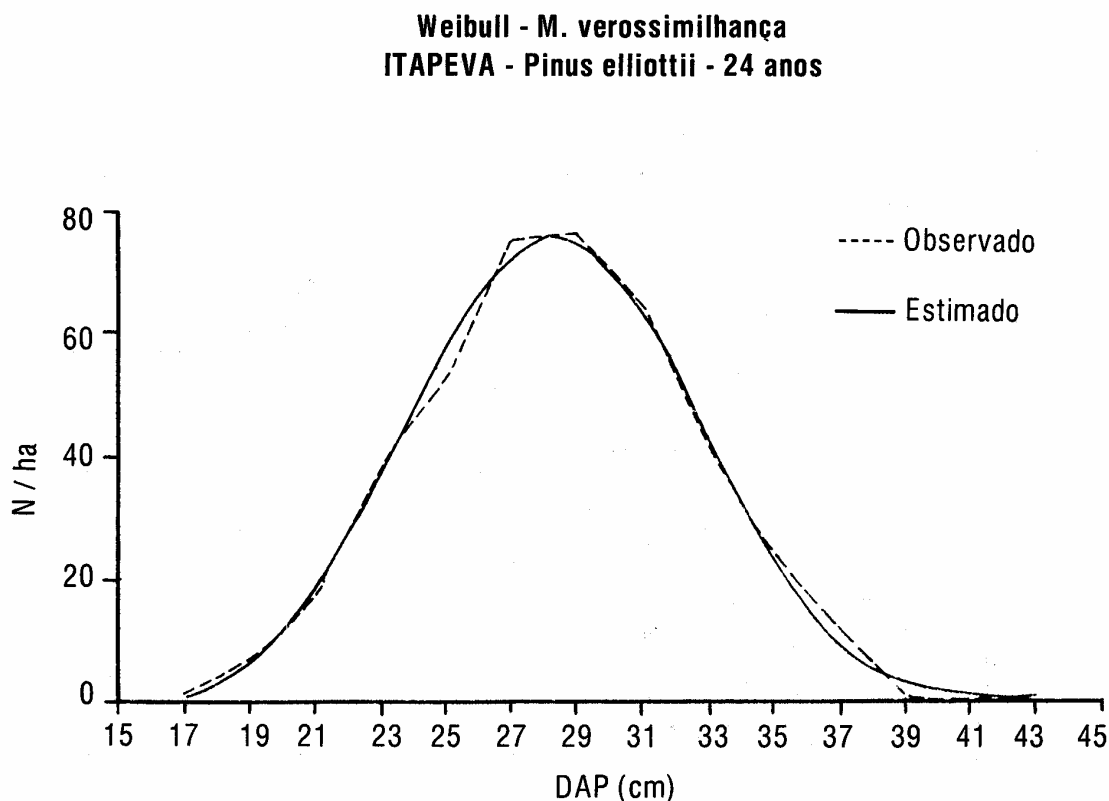


Figura 1 – Distribuição diamétrica observada e estimada, para *Pinus elliottii*, 24 anos de idade. Itapeva – SP, 1990.

Seria precipitado, com os dados de que se dispunha, querer comparar e concluir qual método de ajuste para a função Weibull seria mais indicado para as condições do trabalho. Porém, como se necessitava de um valor estimado inicial para o coeficiente c para poder gerar o processo iterativo no método da máxima verossimilhança e este valor, resolveu-se obtê-lo pelo método dos percentis. Considerou-se importante analisar o comportamento das distribuições estimadas por este último método. Na realidade como instrumento no estudo de sortimento pode-se usar, pelas estatísticas apresentadas, as distribuições ajustadas tanto por um como por outro método. Contudo, optou-se por trabalhar com as distribuições ajustadas pelo método da máxima verossimilhança.

A equação de altura média para as classes de diâmetro foi ajustada pelo método dos mínimos quadrados. Esta foi analisada levando-se em conta os aspectos de ajuste e

precisão, que em conjunto permitiram uma avaliação mais abrangente de seu comportamento. A Tabela 3 apresenta os coeficientes ajustados e as estatísticas relevantes.

Os valores do coeficiente de determinação e do erro padrão de estimativa em percentagem permitem observar que referente à primeira estatística, o R² obtido é satisfatório, considerando-se que se trata de uma equação de relação hipsométrica onde em geral o ajuste é problemático, e que a precisão é alta, pois o syx% está abaixo de um limite considerado confiável de 10%.

Tabela 3 – Coeficientes e estatísticas da equação de altura média, para *Pinus elliottii*. Itapeva – SP, 1990.

SISTEMA SORTI – Sortimento de Povoamentos							
Relatório de estatística da equação de altura média							
Modelo: $\ln h_i = b_0 + b_1 h_{dom} + b_2 N/100 + b_3 1/Id + b_4 1/di$							
Local: Itapeva				Espécie: <i>Pinus elliottii</i>			
.....Coeficientes.....							
b0	b1	b2	b3	b4	R ²	syx	syx%
2.55269008	0.03419978	0.00533452	-1.17264728	-5.63237473	0.7760	0.033597	7.74
Análise de Variância para a regressão							
Fator de variação	Graus de liberdade		Soma dos quadrados		Quadrado médio	F	
Total não corrigido	485		4786.5845				
R(b0)	1		4784.1660				
Total corrigido	484		2.4185				
R(b1, b2, b3, b4/b0)	4		1.8767		0.469175	415.66	
Resíduo	380		0.5418		0.001129		
Análise de Resíduo – Teste da troca de sinais							
nº de sinais positivo (n1)	nº de sinais negativos (n2)	nº de trocas de sinais (u)		x	s	z	
224	261	244		242.09	10.94	0.22	

Pela análise de variância para a regressão, constata-se que o teste F apresenta resultado altamente significativo, quando através deste se compara o valor calculado ao crítico ao nível de 5% ($F_{tab(4,480)} = 2.37$), o que leva à rejeição da hipótese de nulidade para os coeficientes b1, b2, b3 e b4.

A distribuição gráfica residual apresentada na Figura 2 permite visualizar a aleatoriedade no arranjo dos sinais dos resíduos, o que é confirmado pelo teste de troca dos sinais, pois a probabilidade acumulada para $Z = 0,22$ é igual a 0,5871, sendo esta maior que o valor pré-indicado $\alpha = 0,05$.

Após a análise global do ajuste, precisão, distribuição residual, constata-se que a equação de altura média para as classes diamétricas pode ser usada como instrumento importante em conjunto com as distribuições de diâmetro nos estudos de sortimento. Porém, em conformidade com as recomendações já expressas por outros autores, dentre eles GLADE (1986), é de se supor que em outras pesquisas seria interessante realizar estudos de distribuições bivariadas para diâmetro e altura.

CONCLUSÕES

Com base nos resultados e discussão pode-se concluir que:

a) A função Weibull se ajustou bem às distribuições diamétricas para cada idade dos povoamentos de **Pinus elliottii** em estudo.

b) Ambos os métodos, de máxima verossimilhança e de percentis, levaram a resultados que permitiram constatar, que tanto um quanto outro produziram um bom ajuste em relação aos valores observados.

c) A equação de altura média para as classes de diâmetro, analisados ajuste, precisão e distribuição residual, apresentou um bom comportamento, descrevendo satisfatoriamente os dados observados, sendo precisa e não tendenciosa.

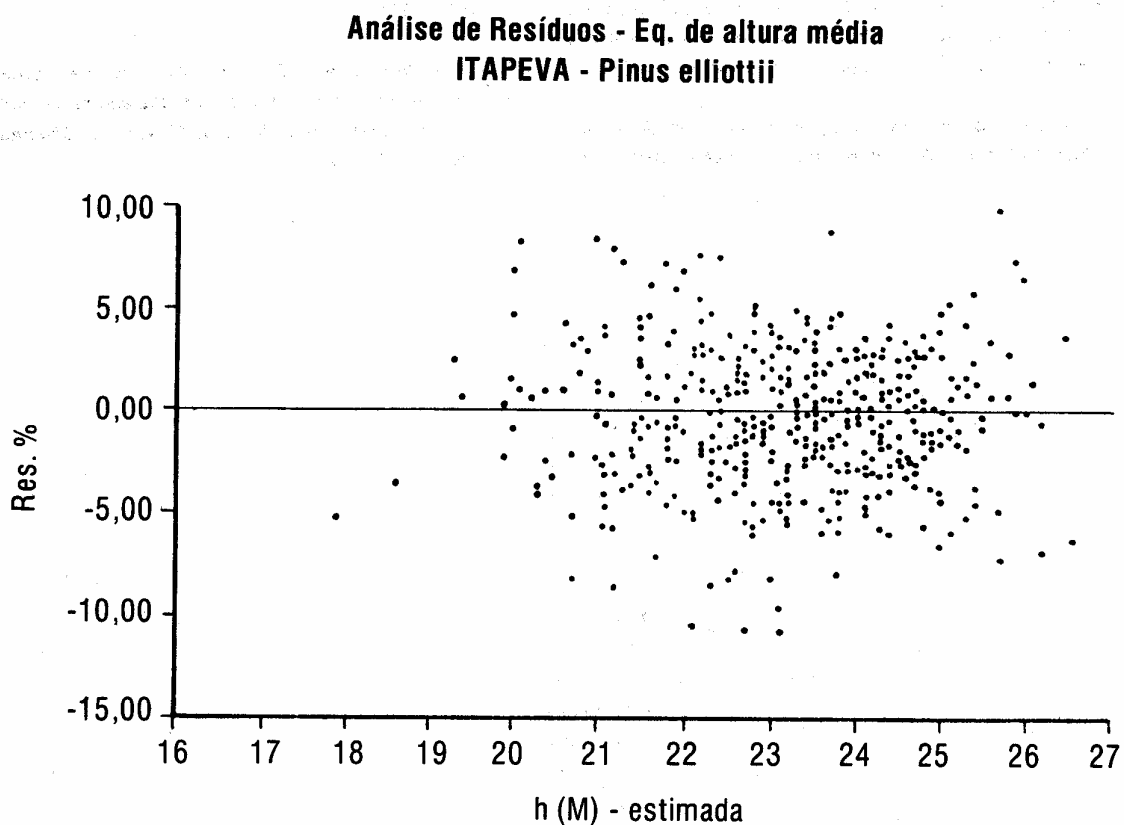


Figura 2 – Distribuição gráfica dos resíduos da equação de altura média para as classes de diâmetro. Pinus elliottii. Itapeva – SP, 1990.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAILEY, R.L. - Computer programs for quantifying diameter distributions with the Weibull function. **Forest science**, Bethesda, 20:229.1974.

- BAILEY, R.L. & DELL, J.R. - Quantifying diameter distributions with the Weibull function. **Forest science**, Bethesda, 19: 97-104, 1973.
- BATISTA, J.L.F. - **A função Weibull como modelo para a distribuição de diâmetro de espécies arbóreas tropicais**. Piracicaba, 1989. 125p (Tese-Mestrado-ESALQ).
- BELCHER, D.M. & CLUTTER, J.L. - Yield of slash pine plantations in the Georgia and North Florida coastal plain. **Research paper. School of Forest Resources**, Athens (2): 1-52, 1977.
- BENNETT, F.A. & CLUTTER, J.L. - Multiple product yields estimative for unthinned slash pine plantations pulpwood, sawtimber, gum. **USDA Forest Service, SE research paper**, Asheville (35): 1-21, 1968.
- CAMPOS, J.C.C. & TURNBULL, K.L. - Um sistema para estimar produção por classes de diâmetro e sua aplicação na interpretação dos efeitos de desbastes. **Revista árvore**, Viçosa, 5(1): 1-6, 1981.
- CLUTTER, J.L. & BENNETT, F.A. - Diameter distributions in old - field slash pine plantations. **Georgia Forest Research Council Report**, Maple (13): 1-9, 1965.
- COHEN, A.A. Maximum likelihood estimation in the Weibull distribution based on complete and on censored samples. **Technometrics**. Washington, 7: 579-88, 1965.
- COUTO, H.T.Z. do. - **Distribuições de diâmetros em plantações de *Pinus caribaea* Morelet var. *caribaea***. Piracicaba, 1980. 83p. (Tese. Livre-Docência .ESALQ).
- DRAPER, N.R. & SMITH, H. - **Applied regression analysis**. New York, John Wiley, 1966. 407p.
- FINGER, C.A.G. - **Distribuição de diâmetros em acácia negra, *Acacia mearnsii* de Wild em diferentes povoamentos e idades**. Curitiba, 1982. 124p. (Tese-Mestrado-UFPR).
- GLADE, J.E. - **Prognose de volume por classes diamétricas para *Eucalyptus grandis* Hill ex-Maiden**. Curitiba, 1986. 107p. (Tese-Mestrado-UFPR).
- HARTER, H.L. & MOORE, A.H. - Maximum likelihood estimation of the parameters of the gamma and Weibull populations from complete and from censored samples. **Technometrics**, Washington, 7: 639-43, 1965.
- LEE, E.T. - **Statistical methods for survival data analysis**. Belmont, Lifetime Learning, 1980. 557p.
- SIEGEL, S. - **Estatística não paramétrica**. São Paulo, McGraw Hill, 1975. 350p.

VEIGA, R.A. de A. & BRISTER, G.H. - Avaliação de funções de rendimento para plantações de **Pinus elliottii** no sudeste doa Estados Unidos da América. **Silvicultura**. São Paulo, 8 (28): 715- 9, 1983.