

Uso da função Weibull para descrever a área basal por classe de diâmetro de um povoamento de eucalipto

Using the Weibull function to describe basal area by diameter class of an eucalyptus stand

Carlos Alberto Araújo Júnior¹, Helio Garcia Leite¹,
Daniel Henrique Breda Binoti¹, Renato Vinícius Oliveira Castro¹,
Mayra Luiza Marques da Silva Binoti² e Gustavo Eduardo Marcatti¹

Resumo

A área basal do povoamento é uma variável que pode associar estimativas geradas pelos modelos em nível de povoamento com estimativas geradas pelos modelos de distribuição diamétrica. Dessa maneira, procurou-se avaliar a qualidade do ajuste da função densidade de probabilidade Weibull aos dados de área basal por classe diamétrica. Foram utilizadas 48 parcelas permanentes instaladas em um povoamento de um clone híbrido de eucalipto (*Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla*), localizado na região nordeste da Bahia – Brasil. A função Weibull foi ajustada aos dados de número de árvores por classe diamétrica (1) e de área basal também por classe de diâmetro (2). A partir dos resultados encontrados em (1) calculou-se a área basal recuperada e a partir dos resultados obtidos em (2), o número de árvores recuperado. Os ajustes foram avaliados pelo teste de Kolmogorov-Smirnov a 1% de probabilidade e pelas estatísticas: raiz quadrada do erro médio (RQEM) e média dos desvios percentuais (MDP). As estimativas geradas pelo ajuste da função aos dados de distribuição de área basal por classe de diâmetro apresentaram menores valores de RQEM e valores de MDP mais próximos de zero. A distribuição de área basal por classe pode ser estimada pela função Weibull.

Palavras-chave: distribuição diamétrica, função densidade de probabilidade, método da máxima verossimilhança

Abstract

Stand basal area is a variable that may associate estimates generated by stand models with estimates generated the diameter distribution models. Therefore, this work aimed at evaluating the quality of the adjustment of the Weibull function to data of basal area per diameter class. Forty-eight permanent sample plots installed in a stand of a hybrid eucalyptus clone (*Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla*), located in northeastern Bahia State – Brazil, were used for this study. The Weibull function was adjusted to the data of number of trees per diameter class (1) and to the basal area also per diameter class (2). Based on the results obtained in (1), the recovered basal area was calculated; and based on the results achieved in (2), the number of recovered trees was estimated. The adjustments were evaluated by the Kolmogorov-Smirnov test at 1% probability and by the statistics of the root mean square error (RMSQ) and percentage of mean difference (PMD). The estimates generated by the adjustment of the function to the distribution data of basal area presented lower values of RMSQ, and PMD values closer to zero. It was possible to conclude that the basal area distribution per class can be estimated by the Weibull function.

Keywords: diameter distribution, probability density function, maximum likelihood method

INTRODUÇÃO

A modelagem da distribuição de diâmetros em povoamentos equiâneos é fundamental para o manejo dos mesmos, principalmente se o objetivo for a produção de multiprodutos da madeira. Essa modelagem é feita empregando-

se uma função densidade de probabilidade, sendo comum o uso da Weibull (MIGUEL *et al.*, 2010; SANTOS, 2008; SCOLFORO; MACHADO, 1996). Essa função é utilizada devido à sua flexibilidade e pelo grau de associação entre seus parâmetros e atributos dos povoamentos (BAILEY; DELL, 1973).

¹UFV - Universidade Federal de Viçosa, Departamento de Engenharia Florestal, CEP 36570-000 Viçosa, MG. E-mail: araujocaj@gmail.com, hgleite@gmail.com, danielhbbinoti@gmail.com, castrorvo@ymail.com, gustavomarcatti@gmail.com

²UFVJM - Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, Departamento de Engenharia Florestal, Rua da Glória, n° 187, CEP 39100-000 Diamantina, MG. E-mail: mayrabinoti@gmail.com

Na maioria dos estudos, a modelagem da distribuição de diâmetros é feita considerando que todas as árvores contidas em uma classe diamétrica tenham diâmetro igual ao centro dessa classe (EISFELD *et al.*, 2005; LEITE *et al.*, 2006). Porém, as árvores agrupadas em um mesmo intervalo podem ter diâmetros maiores (ou menores) que o valor central da classe, embora muitas vezes seja observada uma distribuição normal em cada classe. Assim, dependendo da amplitude de classe diamétrica e da distribuição observada em cada classe, podem ocorrer inconsistências nas estimativas de produção volumétrica.

Uma variável que pode ser utilizada para expressar a relação entre o número de árvores por classe de diâmetro e o volume correspondente é a área basal. O emprego dessa variável resulta em maior peso às maiores árvores de cada classe de diâmetro, constituindo-se em um importante fator de ponderação (ARCE, 2004; GOVE; PATIL, 1998). Essas árvores contribuem mais para o volume total do que as árvores menores, podendo proporcionar maior precisão nas estimativas de produção volumétrica (GOBAKKEN; NÆSSET, 2004; MALTAMO *et al.*, 2007).

Existem poucos trabalhos que utilizam uma função densidade de probabilidade para descrever a distribuição de área basal por classe de diâmetro (GOVE; PATIL, 1998). Nesses, a modelagem da distribuição da área basal por classe de diâmetro tem sido feita para espécies de clima temperado (KANGAS *et al.*, 2007; MALTAMO *et al.*, 2007; PALAHÍ *et al.*, 2006; SIIPILEHTO, 1999). No Brasil, diversos estudos sobre distribuição diamétrica tem sido divulgados, para povoamentos de clones de *Eucalyptus* sp. (BINOTI *et al.*, 2010; LEITE *et al.*, 2005; NOGUEIRA *et al.*, 2005), de *Tectona grandis* (LEITE *et al.*, 2006; NOGUEIRA *et al.*, 2006) e de *Pinus* sp. (EISFELD *et al.*, 2005; SCOLFORO; MACHADO, 1996), sempre empregando o enfoque usual (modelagem do número de árvores por classe de diâmetro, ao invés da área basal). Em todos esses estudos a eficiência e flexibilidade da função Weibull foi comprovada.

O presente estudo foi conduzido para avaliar a possibilidade de se ajustar uma função densidade de probabilidade aos dados de área basal por classe diamétrica oriundos de povoamentos equiâneos de eucalipto, de maneira a subsidiar estudos que busquem prognosticar tal variável. Isso é importante para que seja possível a compatibilização entre os modelos de distribuição diamétrica e os modelos em nível de povoamento,

os quais prognosticam também a área basal por hectare (DIAS *et al.*, 2005)

MATERIAL E MÉTODOS

Os dados utilizados neste estudo foram obtidos de 48 parcelas permanentes, cada uma com 2.600 m² de área útil, mensuradas em povoamentos de um híbrido de *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus urophylla*, localizados na região Nordeste da Bahia. Essas parcelas foram medidas aos 27, 40, 50 e 58 meses de idade, sendo registradas as seguintes variáveis: altura total das 15 primeiras árvores (Ht), altura de cinco árvores dominantes (Hd) e o diâmetro a 1,3 m de altura (DAP) de todas as árvores contidas nas parcelas.

As árvores, em cada parcela, foram agrupadas em classes com amplitude de 1,0 cm de diâmetro, sendo o limite inferior da primeira classe definido com base no diâmetro mínimo observado. Esta amplitude foi utilizada em função do pequeno porte das árvores (entre 5 e 17 cm). Para povoamentos com maior diâmetro máximo a amplitude pode ser maior, por exemplo, de 2,0 cm. Esta última amplitude é empregada na maioria dos estudos conduzidos em povoamentos equiâneos no Brasil.

A função Weibull de dois parâmetros foi ajustada aos dados de cada parcela, pelo método da máxima verossimilhança, empregando o algoritmo desenvolvido por Gove e Fairweather (1989), sendo:

$$f_1(x) = \left(\frac{\gamma}{\beta}\right) \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\gamma-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\gamma} \quad (1)$$

$$f_2(x) = \left(\frac{\gamma}{\beta}\right) \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\gamma-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\gamma} \quad (2)$$

em que:

$f_1(x)$ = proporção de área basal por hectare na classe de DAP x ;

$f_2(x)$ = proporção de árvores na classe de DAP x ;

β = parâmetro de escala, $\beta > 0$;

γ = parâmetro de forma, $\gamma > 0$;

A distribuição da área basal, $f_1(x)$, foi transformada para distribuição de frequência de indivíduos (distribuição recuperada) por relação direta entre o centro de cada classe e a área basal correspondente e comparada com a frequência estimada por $f_2(x)$. Esse método é conhecido como Método do Ponto Médio (GOVE; PATIL, 1998), sendo:

$$B_i = N_i \frac{\pi D_i^2}{40000} \quad (3)$$

Em que:

B_i = área basal na i-ésima classe de diâmetro, m²/ha;

N_i = número de árvores na i-ésima classe de diâmetro, árvores/ha;

D_i = valor central da i-ésima classe diamétrica, cm.

O procedimento anterior foi também aplicado para recuperar o valor da área basal, $f_1(x)$, por classe diamétrica a partir das estimativas de número de árvores por classe de diâmetro, $f_2(x)$. Os valores recuperados foram comparados com distribuição de área basal por classe diamétrica observada.

O teste de aderência empregado foi o de Kolmogorov-Smirnov (KS), a 1% de probabilidade, sendo a exatidão avaliada por meio das estatísticas RQEM e MDP, (MURPHY; STERNITZKE, 1979), sendo:

$$\begin{aligned} \text{RQEM} &= \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{x}_i - x_i)^2} \\ \text{MDP} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\hat{x}_i - x_i}{x_i} \right) * 100 \end{aligned} \quad (4)$$

Em que:

N = número de observações em cada idade;

\hat{x}_i = valor estimado ou recuperado para número de árvores ou área basal por classe;

x_i = valor observado para as mesmas variáveis.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Foram realizados ajustes nas 48 parcelas, em cada uma de suas quatro medições, o que gerou um total de 192 ajustes considerando a área basal por classe de diâmetro como variável de entrada e 192 ajustes considerando o número de árvores por classe como variável de entrada.

A Figura 1 apresenta as distribuições observadas, estimadas e recuperadas em termos de número de árvores e de área basal por hectare por classe de diâmetro para a parcela 23, tomada aleatoriamente como exemplo.

A distribuição do número de árvores por classe apresentou tendência unimodal associada aos povoamentos equiâneos, com achatamento da curva e deslocamento para a direita à medida que o povoamento atinge maiores idades, conforme observado por Leite *et al.* (2005), Nogueira *et al.* (2006) e Miguel *et al.* (2010), dentre muitos outros autores.

Isso é justificado pelo fato de que a área basal aumenta não apenas em função da quantidade de árvores, mas também de acordo com as dimensões das mesmas. Neste caso, o início da estagnação do crescimento é evidenciado pela diminuição na elevação da curva, o que sugere uma queda no incremento em área basal nas classes. O crescimento estará estagnado a partir do ponto de máximo da curva que relaciona a área basal com a idade das árvores (NOGUEIRA, 1999).

Para os ajustes que estimaram diretamente a área basal por classe de diâmetro não houve nenhuma distribuição estimada diferente da distribuição observada, pelo teste KS a 1% de probabilidade. A partir destas distribuições estimadas, recuperou-se a distribuição do número de árvores por classe, não havendo, desta maneira, nenhuma distribuição recuperada diferente significativamente da respectiva distribuição observada, pelo mesmo teste.

Já para os ajustes que consideraram a frequência de árvores por classe de diâmetro como variável de entrada, em 1,04% dos mesmos, foram encontradas diferenças significativas entre as distribuições estimadas e as observadas. As distribuições de área basal, recuperadas a partir das distribuições do número de árvores estimadas pela função Weibull apresentaram-se diferentes ($p < 0,01$) das distribuições observadas, pelo teste KS, em 2,60% dos ajustes realizados.

O baixo percentual de ajustes com diferenças significativas indica que as distribuições estimadas são concordantes com as respectivas distribuições observadas, o que pode ser atribuído às qualidades apresentadas pela função Weibull ajustada pelo método da máxima verossimilhança (BAILEY; DELL, 1973; LEITE *et al.*, 2010). Nesse sentido, Gove e Patil (1998) propõem uma metodologia na qual se pode modelar tanto o número de árvores por classe quanto a área basal também por classe para descrever a estrutura diamétrica de povoamentos florestais por meio de funções densidade de probabilidade.

No entanto, o que se destaca neste trabalho é que o ajuste da função densidade de probabilidade, considerando a área basal por classe diamétrica, apresentou-se sem diferenças significativas em relação às distribuições observadas para todas as parcelas, o que comprova a flexibilidade da função Weibull (GOVE; FAIRWHEATHER, 1989; CAMPOS; LEITE, 2009) e mostra seu potencial em relação à possibilidade de estudos sobre modelagem da distribuição de área basal por classe diamétrica para povoamentos de eucalipto.

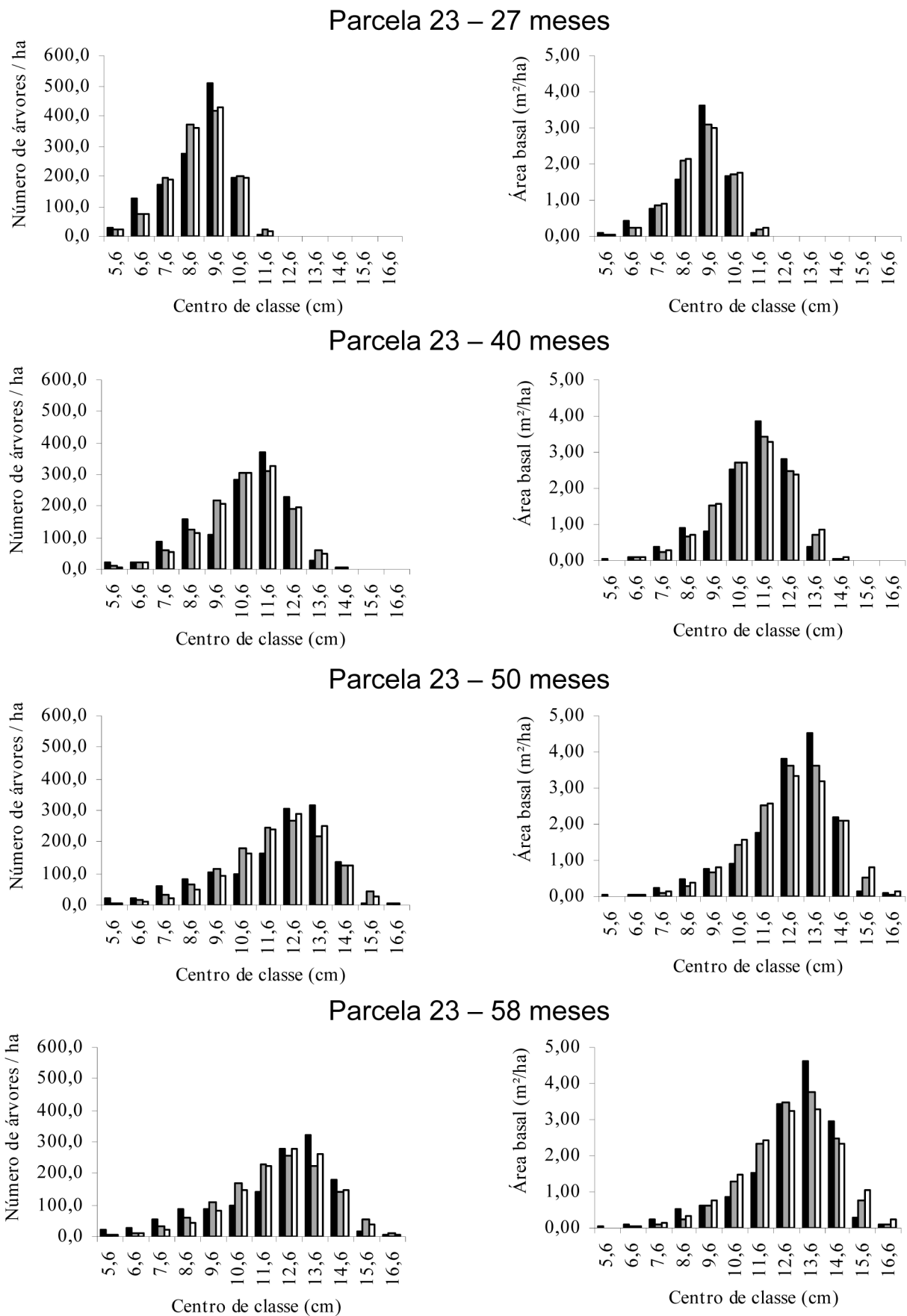


Figura 1. Gráficos das distribuições do número de árvores por classe de diâmetro e da área basal por classe diamétrica observadas (colunas em preto), estimadas (colunas em cinza) e recuperadas (colunas em branco) para as idades de 27, 40, 50 e 58 meses para a parcela 23.

Figure 1. Graphs of the distributions of the number of trees per diameter class and basal area by diameter class observed (black columns), estimated (gray columns) and recovered (white columns) at ages 27, 40, 50 and 58 months for the portion 23.

A Tabela 1 contém os resultados obtidos para as estimativas de RQEM e MDP considerando as diferenças entre os valores observados e os valores estimados e recuperados, em cada idade, para área basal e número de árvores por classe diamétrica.

A raiz quadrada do erro médio penaliza os maiores desvios com relação aos valores observados e a média dos desvios percentuais fornece um indicativo do sinal do erro médio (MURPHY; STERNITZKE, 1979). Assim, em função dos valores encontrados na Tabela 1, verifica-se que o ajuste da função Weibull aos dados de frequência de árvores por classe apresentou-se menos exato (maiores valores de RQEM) para gerar estimativas do número de indivíduos e de área basal por classe quando comparado à alternativa avaliada neste estudo. Apesar de, em média, o ajuste da função densidade de probabilidade aos dados de área basal por classe subestimar os resultados (valores negativos de MDP), a amplitude do erro foi menor que aqueles resultantes do emprego do método tradicional.

Se apenas o volume do povoamento é de interesse, o conhecimento acerca do número de árvores presentes pode ser desnecessário (KANGAS; MALTAMO, 2000). No entanto, quando o objetivo é a definição de multiprodutos, torna-se importante saber as quantidades, as dimensões e os volumes gerados pelas árvores manejadas (SOARES *et al.*, 2003). Dessa forma, os resultados aqui apresentados mostram a possibilidade de se estimar, de maneira mais precisa, essas três características, em povoamentos de eucalipto, a partir da distribuição de área basal por classe diamétrica.

CONCLUSÃO

Com base nos resultados obtidos conclui-se que a função Weibull pode ser utilizada para descrever a distribuição da área basal por classe de diâmetro em povoamentos equiâneos de eucalipto. Pode-se também, sem perda de informação, obter o número de árvores por classe diamétrica a partir da área basal por classe estimada pela função Weibull.

REFERÊNCIAS

- ARCE, J.E. Modelagem da estrutura de florestas clonais de *Populus deltoides* Marsh. através de distribuições diamétricas probabilísticas. *Ciência Florestal*, Santa Maria, v.14, n.1, p.149-164, 2004.
- BAILEY, R.; DELL, T. Quantifying diameter distributions with the Weibull Function. *Forest Science*, Bethesda, v.19, n.2, p.97-104, 1973.
- BINOTI, D.H.B.; LEITE, H.G.; NOGUEIRA, G.S.; SILVA, M.L.M.; GARCIA, S.L.R.; CRUZ, J.P. Uso da função Weibull de três parâmetros em um modelo de distribuição diamétrica para plantios de eucalipto submetidos a desbaste. *Revista Árvore*, Viçosa, v.34, n.1, p.147-156, 2010.
- CAMPOS, J.C.C.; LEITE, H.G. *Mensuração florestal: perguntas e respostas*. 3ed. Viçosa Editora UFV, 2009. 548p.
- DIAS, A.N.; LEITE, H.G.; CAMPOS, J.C.C.; COUTO, L.; CARVALHO, A.F. Emprego de um modelo de crescimento e produção em povoamentos desbastados de eucalipto. *Revista Árvore*, Viçosa, v.29, n.5, p.731-739, 2005.

Tabela 1. Estatísticas utilizadas para avaliar as diferenças entre os números de árvores observados e os estimados e recuperados e entre as áreas basais observadas e as estimadas e recuperadas em cada idade.

Table 1. Statistics used to evaluate differences between the numbers of trees and the observed and estimated recoveries and basal areas between the observed and estimated and recovered at each age.

Valores para estimativas do número de árvores				
Idade (meses)	MDP est.	MDP rec.	RQEM est.	RQEM rec.
28	0,0439	0,0168	31,4187	29,8540
40	0,0974	-0,0214	35,8965	30,6337
50	0,1640	-0,0570	41,3050	33,0514
58	0,2253	-0,0356	42,2577	33,7874
Valores para estimativas da área basal				
Idade (meses)	MDP est.	MDP rec.	RQEM est.	RQEM rec.
28	0,0314	0,0603	0,1949	0,2113
40	-0,0079	0,1138	0,2760	0,3399
50	-0,0468	0,1783	0,3651	0,5044
58	-0,0239	0,2418	0,3738	0,5227

*est. refere-se à comparação observado x estimado; rec. refere-se à comparação observado x recuperado.

- EISFELD, R.L.; SANQUETTA, C.R.; ARCE, J.E.; MAESTRI R.; WEBER K.S. Modelagem do crescimento e da produção de *Pinus taeda* L. por meio de uma função probabilística. **Revista Floresta**, Curitiba, v.35, n.2, p.317-328, 2005.
- GOBAKKEN, T.; NAESSET, E. Estimation of diameter and basal area distributions in coniferous forest by means of airborne laser scanner data. **Scandinavian Journal of Forest Research**, Frederiksberg, v.19, n.6, p.529-542, 2004.
- GOVE, J.H.; FAIRWEATHER, S.E. Maximum-likelihood estimation of Weibull function parameters using a general interactive optimizer and grouped data. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v.28, n.1, p.61-99, 1989.
- GOVE, J.H.; PATIL, G.P. Modeling the basal area-size distribution of forest stands: a compatible approach. **Forest Science**, Bethesda, v.44, n.2, p.285-297, 1998.
- KANGAS, A.; MALTAMO, M. Percentile based basal area diameter distribution models for Scot pine, Norway spruce and birch species. **Silva Fennica**, Helsinki, v.34, n.4, p. 371-380, 2000.
- KANGAS, A.; MEHTATALO, L.; MALTAMO, M. Modelling percentile based basal area weighted diameter distribution. **Silva Fennica**, Helsinki, v.41, n.4, p.425-440, 2007.
- LEITE, H.G.; BINOTI, D.H.B.; GUIMARÃES, D.P.; SILVA, M.L.M.; GARCIA, S.L.R. Avaliação do ajuste das funções Weibull e hiperbólica a dados de povoamentos de eucalipto submetidos a desbaste. **Revista Árvore**, Viçosa, v.34, n.2, p.305-311, 2010.
- LEITE, H.G.; NOGUEIRA, G.S.; CAMPOS, J.C.C.; TAKIZAWA, F.H.; RODRIGUES, F.L. Um modelo de distribuição diamétrica para povoamentos de *Tectona grandis* submetidos a desbaste. **Revista Árvore**, Viçosa, v.30, n.1, p.89-98, 2006.
- LEITE, H.G.; NOGUEIRA, G.S.; CAMPOS, J.C.C.; SOUZA, A.L.; CARVALHO, A. Avaliação de um modelo de distribuição diamétrica ajustado para povoamentos de *Eucalyptus* sp. submetidos a desbaste. **Revista Árvore**, Viçosa, v.29, n.2, p.271-280, 2005.
- MALTAMO, M.; SUVANTO, A.; PACKALE'N, P. Comparison of basal area and stem frequency diameter distribution modeling using airborne laser scanner data and calibration estimation. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v.247, n.1-3, p.26-34, 2007.
- MIGUEL, E.P.; MACHADO, S.A.; FILHO, A.F.; ARCE, J. E. Using the Weibull function for prognosis of yield by diameter class in *Eucalyptus urophylla* stands. **Revista Cerne**, Lavras, v.16, n.1, p.94-104, 2010.
- MURPHY, P.A.; STERNITZKE, H.S. Growth and yield estimation for loblolly pine in the West Gulf. New Orleans: USDA, 1979. 8 p. (Research Paper, SO-154).
- NOGUEIRA, G.S. **Determinação da idade técnica de desbaste em plantações de eucalipto**. 1999. 63p. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 1999.
- NOGUEIRA, G.S.; LEITE, G.L.; CAMPOS, J.C.C.; CARVALHO, A.F.; SOUZA, A.L. Modelo de distribuição diamétrica para povoamentos de *Eucalyptus* sp. submetidos a desbaste. **Revista Árvore**, Viçosa, v.29, n.4, p.579-589, 2005.
- NOGUEIRA, G.S.; LEITE, H.G.; CAMPOS, J.C.C.; TAKIZAWA, F.H.; COUTO, L. Avaliação de um modelo de distribuição diamétrica ajustado para povoamentos de *Tectona grandis* submetidos a desbaste. **Revista Árvore**, Viçosa, v.30, n.3, p.377-387, 2006.
- PALAHÍ, M.; PUKKALA, T.; TRASOBARES, A. Modeling the diameter distribution of *Pinus sylvestris*, *Pinus nigra* and *Pinus halepensis* forest stands in Catalonia using the truncated Weibull function. **Forestry**, Oxford, v.79, n.5, p.553-562, 2006.
- SANTOS, F.L. **Regulação da produção de floresta de eucalipto submetida a desbaste e destinada a multiprodutos**. 2008. 80p. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG
- SCOLFORO, J.R.S.; MACHADO, A.M. Um sistema de crescimento e produção com simulador de desbaste. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, n.50, p.51-64, 1996.
- SIIPILEHTO, J. Improving the accuracy of predicted basal-area diameter distribution in advanced stands by determining stem number. **Silva Fennica**, Helsinki, v.33, n.4, p.281-301, 1999.
- SOARES, T.S.; VALE, A.B.; LEITE, H.G.; MACHADO, C.C. Otimização de multiprodutos em povoamentos florestais. **Revista Árvore**, Viçosa, v.27, n.6, p.811-820, 2003.

Recebido em 29/11/2011

Aceito para publicação em 20/07/2012